

CAPITOLO 1

ORIGINE E STRUTTURA DEI TERRENI

1.1 Origine dei terreni

I terreni derivano dai processi di alterazione fisica e chimica delle rocce. I processi di alterazione di natura *fisica o meccanica* producono una disgregazione delle rocce in frammenti di dimensioni ridotte. Questi processi sono legati a fenomeni di erosione delle acque, all'azione di agenti atmosferici (gelo, variazioni termiche), all'azione delle piante, degli animali, dell'uomo. I processi di alterazione di natura *chimica o organica* decompongono invece i minerali che costituiscono le rocce in particelle di natura colloidale, che costituiscono poi la frazione prevalente dei materiali fini. Questi processi sono legati a fenomeni di ossidazione, riduzione ed altre reazioni chimiche generate dagli acidi presenti nell'acqua o prodotti dai batteri.

I frammenti di roccia (cioè le particelle, i granuli) derivanti da questi processi di alterazione vengono poi trasportati (più o meno lontano) e successivamente depositati dal vento, dall'acqua e dai ghiacciai; durante la fase di trasporto possono subire ulteriori processi di disgregazione meccanica o di alterazione chimica.

Nella Figura 1.1 è riportata una rappresentazione semplificata del ciclo di formazione delle rocce e dei terreni.

Se durante le fasi di formazione, trasporto e deposizione intervengono solo processi fisici, le particelle di terreno avranno la stessa composizione delle rocce di origine; se si hanno anche trasformazioni chimiche si formano altri materiali. L'esempio più importante in ambito geotecnico sono i minerali argillosi, tra i quali i più noti sono caolinite, illite e montmorillonite.

Le dimensioni delle particelle, che costituiscono il risultato finale di tutti questi fenomeni, sono molto varie, comprendendo frammenti di roccia, minerali e frammenti di minerali.

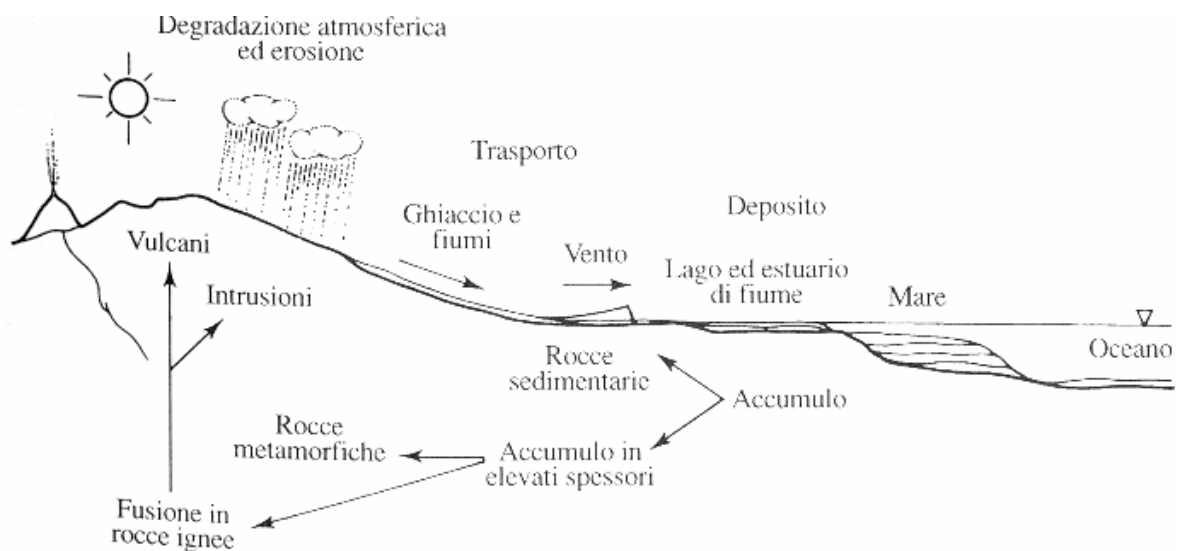


Figura 1.1 - Rappresentazione semplificata del ciclo di formazione delle rocce e dei terreni

1.2 Struttura dei terreni

Anche il risultato finale dell'aggregazione delle particelle, che costituisce la struttura del terreno, può essere molto vario ed influenzarne marcatamente il comportamento.

In particolare, i caratteri strutturali del terreno possono essere evidenziati a diverse scale, ossia in termini di:

- *microstruttura*
- *macrostruttura*
- *megastruttura*

Quando si parla di caratteri microstrutturali ci si riferisce alla forma e alle dimensioni dei grani e ai legami esistenti tra le particelle; i caratteri macrostrutturali sono invece quelli osservabili su una porzione di terreno di dimensioni limitate (ad esempio un campione di laboratorio) e sono costituiti da fessure, intercalazioni, inclusioni di materiale organico, ecc.; i caratteri megastrutturali sono infine quelli evidenziabili a grande scala, come ad esempio giunti, discontinuità, faglie.

Per ora ci limiteremo ad analizzare l'influenza dei caratteri microstrutturali sul comportamento dei terreni. In particolare, se pensiamo al terreno come ad un aggregato di particelle solide e acqua interstiziale, possiamo facilmente immaginare che in questa miscela esistano due tipi di interazione:

- un'*interazione di tipo meccanico*, dovuta alle forze di massa o di volume
- un'*interazione di tipo chimico*, dovuta alle forze di superficie

Sulla superficie esterna di ogni granulo esistono infatti delle cariche elettriche che lo portano ad interagire con gli altri granuli e con l'acqua interstiziale. Quindi, se la superficie esterna è piccola in relazione alla massa, anche le azioni superficiali sono modeste e quindi prevalgono le interazioni di tipo meccanico (in tal caso si parla di granuli "inerti"), se la superficie è grande anche le azioni superficiali, e quindi le interazioni di tipo chimico, possono diventare importanti, addirittura più importanti di quelle di volume (in questo caso si parla di granuli "attivi").

Di conseguenza, l'elemento distintivo tra la prevalenza delle forze di volume o delle forze di superficie è legato essenzialmente alla geometria dei granuli, ovvero alla superficie riferita all'unità di massa, che si definisce *superficie specifica*:

$$S_{sp} = \frac{S}{M} = \frac{S}{\rho \cdot V} \quad (\text{Eq. 1.1})$$

dove S è la superficie del granulo, M la massa, V il volume e ρ la densità.

Se, ad esempio, prendiamo un grammo di sabbia e sviluppiamo tutte le superfici esterne dei grani in esso contenuti, otteniamo che il valore della superficie specifica è dell'ordine di $10^{-3} \div 10^{-4} \text{ m}^2$; se invece prendiamo un grammo di argilla "molto attiva" vediamo che la somma delle aree laterali di tutti gli elementi solidi che questo contiene può essere dell'ordine di 800 m^2 . È da notare che la superficie specifica di un certo materiale dipende

dalla forma e dalle dimensioni delle particelle, come è possibile dedurre dalla definizione (Eq. 1.1)¹.

Valori tipici della dimensione media e della superficie specifica di sabbie e argille sono riportati in Tabella 1.

La conseguenza di quanto detto sopra è che nei materiali come le sabbie l'interazione tra i granuli è esclusivamente di tipo meccanico, mentre nelle argille le azioni sono quasi esclusivamente di tipo chimico-fisico.

Tabella 1. Dimensione media e superficie specifica di sabbie e argille

	Dimensione media [mm]	Superficie specifica [m ² /g]
SABBIE (forma sub-sferica)	2 mm	2·10 ⁻⁴
MINERALI ARGILLOSI (forma lamellare):		
MONTMORILLONITE	10 ⁻⁶	fino a 840
ILLITE	(0.03 ÷ 0.1) × 10 ⁻³	65 ÷ 200
CAOLINITE	(0.1 ÷ 4) × 10 ⁻³	10 ÷ 20

Dunque, una prima distinzione tra i vari tipi di terreno può essere fatta in base alle dimensioni e alla forma delle particelle che li costituiscono, perché questo è un elemento che ne differenzia notevolmente il comportamento. Dimensioni e forma delle particelle dipendono dai minerali costituenti.

Si distinguono così, in primo luogo, i **terreni a grana grossa** (ghiaie e sabbie) e forma sub-sferica, o comunque compatta, dai **terreni a grana fine** (limi e argille) e forma appiattita o lamellare, nei quali i singoli grani non sono visibili a occhio nudo.

I terreni naturali consistono generalmente in una miscela di più tipi di terreno appartenenti alle due categorie suddette, a cui può aggiungersi talvolta del materiale organico.

Analizzando un poco più in dettaglio le caratteristiche delle due grandi categorie di terreni che abbiamo appena definito, si può affermare che i terreni a grana grossa sono generalmente costituiti da frammenti di roccia o, nel caso delle particelle più piccole, da singoli minerali o da frammenti di minerali (ovviamente minerali sufficientemente resistenti e stabili dal punto di vista chimico, come ad esempio quarzo, feldspati, mica, ecc..).

I materiali meno resistenti danno origine a terreni con grani più arrotondati, quelli più resistenti a granuli più irregolari.

Il comportamento dei terreni a grana grossa dipende soprattutto:

- dalle dimensioni

¹In particolare, nell'ipotesi di forma sferica, alla quale si avvicinano ad esempio i grani di una sabbia:

$S = \pi D^2$, $V = \pi D^3/6$, quindi $S_{sp} = 6/\rho D$. Nell'ipotesi di parallelepipedo appiattito, forma simile a quella delle particelle di argilla, di dimensioni $B \times L \times h$: $S = 2LB + 2Bh + 2Lh$, $V = BLh$; quindi $S_{sp} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{2}{h} + \frac{2}{B} + \frac{2}{L} \right)$ e

se l'altezza h è molto minore delle altre due dimensioni, $S_{sp} \cong \frac{2}{\rho h}$. In conclusione, la S_{sp} aumenta al diminuire delle dimensioni e con l'appiattimento delle particelle

- dalla forma (angolare, sub-angolare, sub-arrotondata, arrotondata) (Figura 1.2)
- dalla distribuzione granulometrica (Figura 1.3)
- dallo stato di addensamento dei granuli (Figura 1.4).

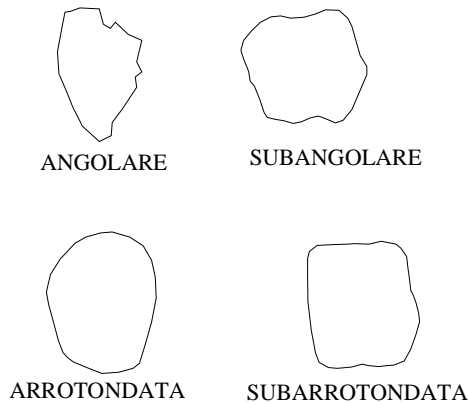


Figura 1.2 – Forma delle particelle

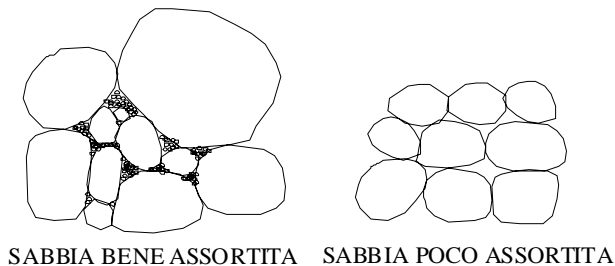


Figura 1.3 – Tipo di assortimento di una sabbia

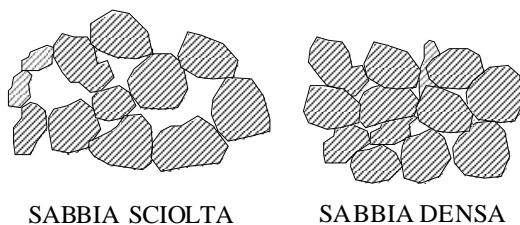


Figura 1.4 – Stati di addensamento di una sabbia

mi tra i pacchetti elementari ed un comportamento meccanico scadente e sensibile al disturbo perché i legami tendono a spezzarsi (dal punto di vista ingegneristico avere a che fare con questo tipo di materiali è un problema, perché sono molto deformabili e tendono a rigonfiare in presenza di acqua).

Il comportamento dei minerali argillosi è fortemente condizionato dalla loro interazione con il fluido interstiziale, che in genere è acqua. Le unità fondamentali, tetraedri e ottaedri che costituiscono i minerali argillosi, pur essendo complessivamente neutri, hanno carica positiva all'interno e negativa sulla superficie esterna.

Nel caso dei terreni a grana fine, le informazioni relative alla distribuzione e alle caratteristiche granulometriche sono meno significative. I terreni a grana fine sono aggregati di particelle colloidali di forma lamellare, che risultano dalla combinazione di molecole (o unità elementari). Le unità elementari sono rappresentate da tetraedri (con atomo di silicio al centro e ossigeno ai vertici) o ottaedri (con atomi di alluminio o magnesio al centro e ossidrilici ai vertici) (Figura 1.5) che si combinano tra loro per formare reticoli piani (pacchetti elementari). Successive combinazioni diverse di pacchetti elementari danno origine alle particelle di argilla.

A seconda della loro composizione i pacchetti possono stabilire legami più o meno forti tra loro e in relazione a questo le particelle di argilla possono avere uno spessore più o meno elevato e i terreni possono presentare un comportamento meccanico molto diverso tra loro. Ad esempio la caolinite ha uno spessore tipico di circa $1\mu\text{m}$, ha legami piuttosto forti ed è quindi un'argilla stabile, con comportamento meccanico buono; la montmorillonite, invece, che ha uno spessore di pochi nm ($1\text{nm} = 10^{-3}\mu\text{m}$), ha deboli lega-

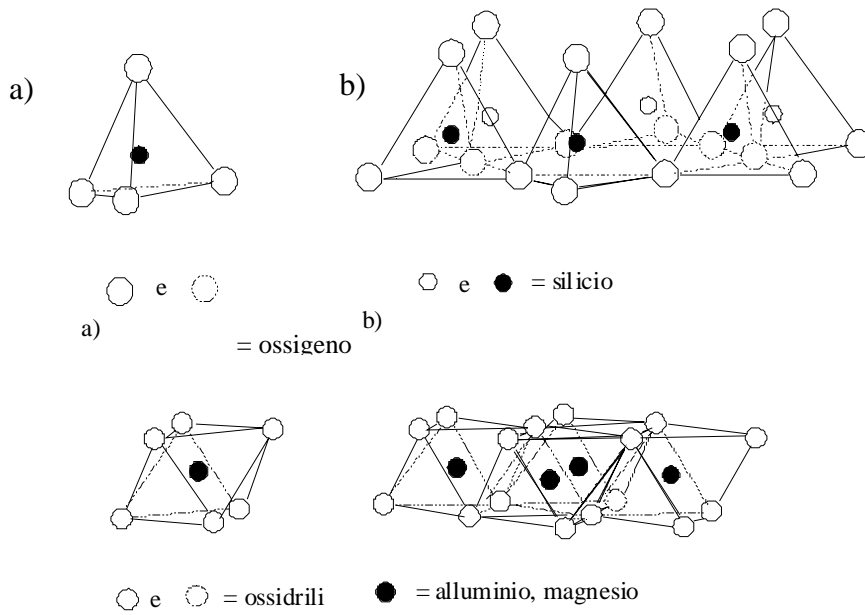


Figura 1.5 – Struttura delle particelle colloidali: unità elementari tetraedriche e ottaedriche (a) e loro combinazione in pacchetti elementari (b).

Questa caratteristica le porta a stabilire legami molto forti con le molecole d’acqua che, essendo dipolari (poiché, com’è noto, i due atomi di idrogeno, che hanno carica positiva, non sono disposti simmetricamente rispetto all’atomo di ossigeno, carico negativamente), sono attratte elettricamente verso la superficie delle particelle di argilla.

L’acqua che si trova immediatamente a contatto con le particelle diventa perciò parte integrante della loro struttura ed è definita “**acqua adsorbita**” (Figura 1.6). Allontanandosi dalla superficie delle particelle i legami diventano via via più deboli, finché l’acqua assume le caratteristiche di “**acqua libera**” o “**acqua interstiziale**” (Figura 1.7). È da notare che lo spessore di acqua adsorbita è approssimativamente lo stesso per tutti i minerali argillosi, ma a causa delle differenti dimensioni delle particelle, il comportamento meccanico dell’insieme risulta molto diverso.

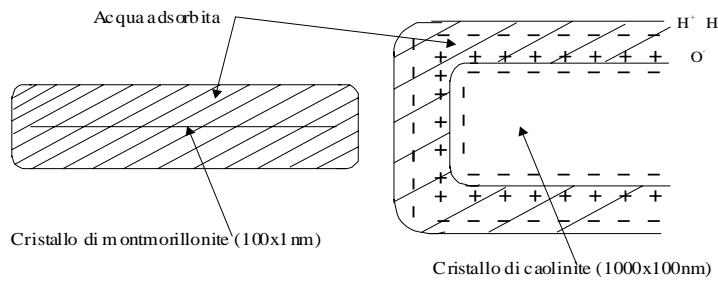


Figura 1.6 – Spessore dell’acqua adsorbita per differenti minerali argillosi

Anche tenendo conto della presenza dell’acqua adsorbita, le particelle di argilla risultano cariche negativamente in superficie e tendono a manifestare forze di repulsione, alle quali si sommano forze di tipo attrattivo (Van der Waals), legate alla struttura atomica del materiale. Questo fa sì che l’ambiente circostante riesca a condizionare la forma e la geometria strutturale delle argille: in particolare, se le particelle sono circondate da un fluido con elevata concentrazione di ioni positivi (p. es. in ambiente marino), le cariche negative superficiali esterne tenderanno a neutralizzarsi e quindi l’effetto di repulsione sarà minore e le particelle tenderanno

no ad aggregarsi in strutture più chiuse; al contrario, in un ambiente povero di ioni positivi (p. es. in acqua dolce) tenderanno a prevalere le forze di repulsione e si avranno strutture più aperte (o disperse).

A conclusione di quanto sopra detto, va anche evidenziato che, mentre nei terreni a grana grossa i grani sono necessariamente a contatto tra loro e formano un vero e proprio “scheletro solido”, nei terreni a grana fine le particelle possono anche essere non in diretto contatto tra loro, pur conservando il materiale caratteristiche di continuità.

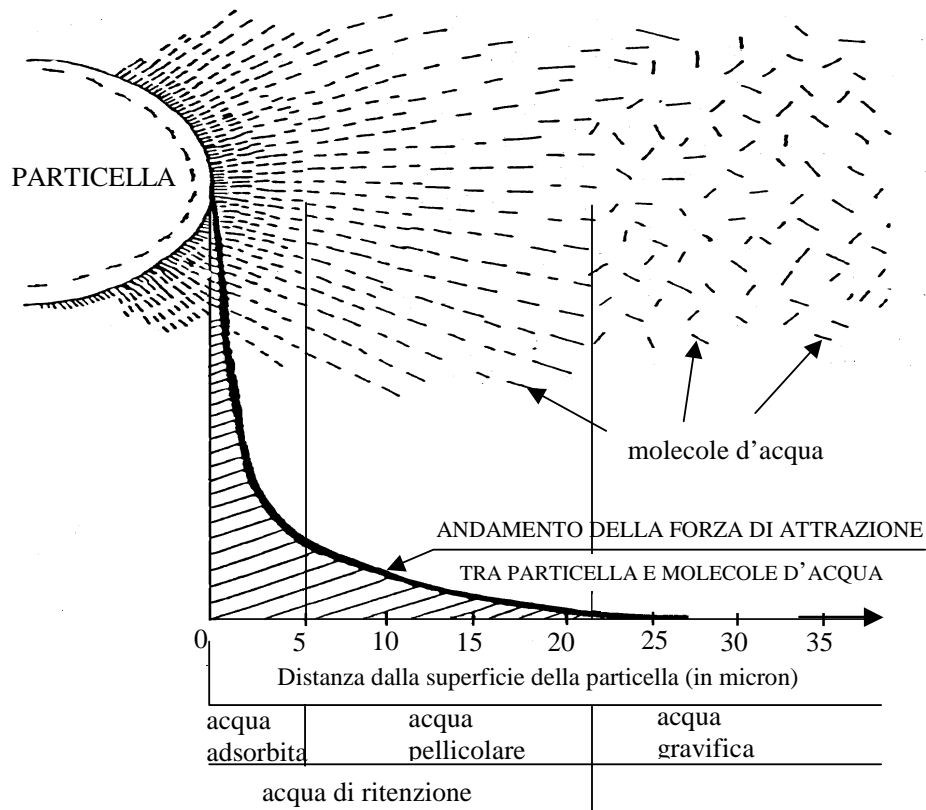


Figura 1.7 – Schema dell'interazione tra particelle d'argilla e molecole d'acqua

1.3 Relazioni tra le fasi e proprietà indici

Un terreno è, come già detto, un sistema multifase, costituito da uno scheletro formato da particelle solide e da una serie di vuoti, che possono essere a loro volta riempiti di liquido (generalmente acqua) e/o gas (generalmente aria e vapor d'acqua) (Figura 1.8a). Facendo riferimento ad un certo volume di terreno e immaginando per comodità di esposizione di separare le tre fasi (Figura 1.8b), e indicati con:

V_s = volume del solido (inclusa l' H_2O adsorbita)

V_w = volume dell'acqua (libera)

V_g = volume del gas

V_v = volume dei vuoti ($V_w + V_g$)

$V =$ volume totale ($V_S+V_W+V_G$)

$P_W =$ peso dell'acqua

$P_S =$ peso del solido

$P =$ peso totale ($P_W +P_S$)

si possono stabilire delle relazioni quantitative tra pesi e volumi.

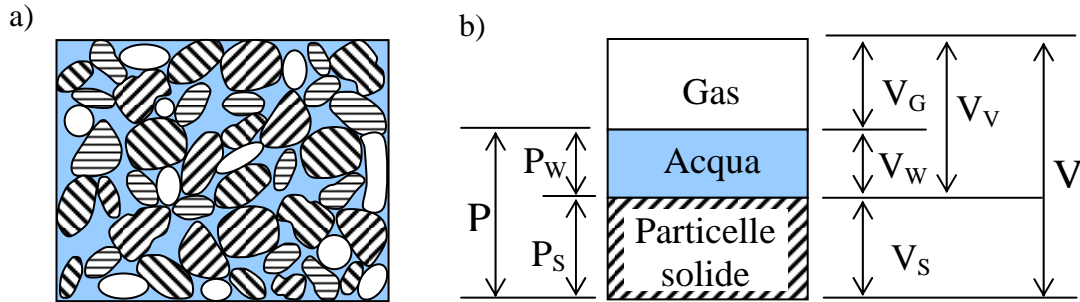


Figura 1.8 – Rappresentazione del terreno come materiale multifase (a) e relazione tra le fasi (b)

In particolare si definiscono:

1. **porosità:**
$$n (\%) = \frac{V_v}{V} \cdot 100 \tag{Eq. 1.2}$$

($n = 0\%$ solido continuo, $n = 100\%$ non vi è materia solida)

2. **indice dei vuoti:**
$$e = \frac{V_v}{V_s} \tag{Eq. 1.3}$$

3. **volume specifico:**
$$v = \frac{V}{V_s} \tag{Eq. 1.4}$$

Tra le tre grandezze sopra definite, è più comodo utilizzare v ed e rispetto ad n perché, per i primi due, al variare del volume dei vuoti, varia solo il numeratore del rapporto. Comunque n , e e v esprimono lo stesso concetto e sono biunivocamente legate tra loro:

$$v = 1 + e; \quad e = \frac{(n/100)}{1 - (n/100)}$$

4. **grado di saturazione:**
$$S_r (\%) = \frac{V_w}{V_v} \cdot 100 \tag{Eq. 1.5}$$

($S_r=0\%$ terreno asciutto, $S_r=100\%$ terreno saturo)

5. **contenuto d'acqua:**
$$w (\%) = \frac{P_w}{P_s} \cdot 100 \tag{Eq. 1.6}$$

6. *peso specifico dei costituenti solidi:*
$$\gamma_s = \frac{P_s}{V_s} \quad (\text{Eq. 1.7})$$

7. *peso di volume:*
$$\gamma = \frac{P}{V} \quad (\text{Eq. 1.8})$$

8. *peso di volume del terreno secco:*
$$\gamma_d = \frac{P_s}{V} \quad (\text{Eq. 1.9})$$

(ovvero $\frac{P}{V}$ per $S_r = 0$)

9. *peso di volume saturo:*
$$\gamma_{\text{sat}} = \frac{P}{V} \quad (\text{Eq. 1.10})$$

(per $S_r = 100\%$)

10. *peso di volume immerso:*
$$\gamma' = \gamma_{\text{sat}} - \gamma_w \quad (\text{Eq. 1.11})$$

dove γ_w è il peso specifico dell'acqua (9.81 kN/m^3). Il peso di volume γ può assumere valori compresi tra γ_d , peso di volume secco (per $S_r = 0\%$) e γ_{sat} , peso di volume saturo (per $S_r = 100\%$).

Spesso si utilizza la grandezza adimensionale $G_s = \gamma_s/\gamma_w$ (**gravità specifica**), che rappresenta il peso specifico dei costituenti solidi normalizzato rispetto al peso specifico dell'acqua.

Si osservi che mentre le grandezze n (porosità) ed S_r (grado di saturazione) hanno, espresse in %, un campo di esistenza compreso tra 0 e 100, il contenuto d'acqua, w , può assumere valori anche superiori a 100 %.

11. *densità relativa:*
$$D_r (\%) = \frac{e_{\text{max}} - e}{e_{\text{max}} - e_{\text{min}}} \cdot 100 \quad (\text{Eq. 1.12})$$

dove e è l'indice dei vuoti allo stato naturale, e_{max} ed e_{min} sono rispettivamente gli indici dei vuoti corrispondenti al minimo e al massimo stato di addensamento convenzionali, determinati sperimentalmente mediante una procedura standard.

La densità relativa rappresenta un parametro importante per i terreni a grana grossa in quanto permette di definirne lo stato di addensamento; può variare tra 0 e 100%, e la differenza che compare al denominatore è una caratteristica del terreno, mentre il numeratore dipende dallo stato in cui il terreno si trova. Con un mezzo ideale costituito da particelle sferiche di ugual diametro si ha un assetto che corrisponde al massimo indice dei vuoti (reticolo cubico, Figura 1.9a) e un assetto che corrisponde al minimo (reticolo tetraedrico, Figura 1.9b).

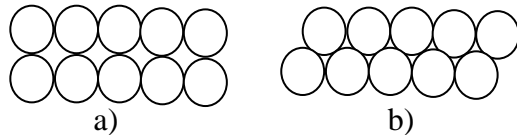


Figura 1.9 – Reticolo cubico (a) e tetraedrico (b)

Nel caso di reticolo cubico si ha $n \cong 46\%$, nel caso di reticolo tetraedrico si ha $n \cong 26\%$.

Ovviamente per un terreno reale, in cui le particelle hanno forma irregolare e dimensioni variabili, la porosità massima può essere maggiore del 46%, e la

porosità minima può essere inferiore al 26%.

I valori tipici di alcune delle proprietà sopra definite sono riportati nelle Tabelle 1.2 e 1.3.

Tabella 1.2. Valori tipici di alcuni parametri del terreno

	n (%)	e	γ_d (kN/m ³)	γ (kN/m ³)
GHIAIA	25-40	0.3-0.7	14-21	18-23
SABBIA	25-50	0.3-1.0	13-18	16-21
LIMO	35-50	0.5-1.0	13-19	16-21
ARGILLA	30-70	0.4-2.3	7-18	14-21
TORBA	75-95	3.0-19.0	1-5	10-13

Tabella 1.3. Valori tipici del peso specifico dei costituenti solidi di alcuni materiali

	γ_s (kN/m ³)
SABBIA QUARZOSA	26
LIMI	26.3-26.7
ARGILLE	23.9-28.6
BENTONITE	23

1.3.1 Determinazione del contenuto d'acqua

La determinazione sperimentale di w è piuttosto semplice ed è basata su misure di peso. Operativamente, si mette una certa quantità di terreno, di cui si vuole determinare il contenuto in acqua, w , in un recipiente di peso noto (pari a T) e si pesa il tutto (P_1). Per ottenere l'evaporazione di tutta l'acqua libera, si pone poi il contenitore con il terreno in forno ad essiccare (a 105° per $1 \div 2$ giorni a seconda della quantità e del tipo di materiale) e si ripesa nuovamente (P_2). A questo punto si può ricavare w . La differenza tra le due pesate ($P_1 - P_2$) rappresenta il peso dell'acqua, P_w , mentre il peso del solido è dato dalla differenza tra P_2 e T , ossia:

$$w = \frac{P_w}{P_s} \cdot 100 = \frac{P_1 - P_2}{P_2 - T} \cdot 100$$

Valori tipici di w variano tra il 20% al 30% (massimo) per un terreno sabbioso, tra il 10% e il 15% per argille molto dure, tra il 70% e l'80% per argille molli, anche se, teoricamente, come già osservato, può assumere valori superiori al 100%.

Tra le proprietà sopra definite, quelle che risultano indipendenti dalla storia tensionale e dalle condizioni ambientali che caratterizzano il terreno allo stato naturale, vengono dette **proprietà indici**.

Tra le proprietà indici possono essere annoverate anche la **granulometria** e i **limiti di Atterberg**, che verranno definite nei paragrafi seguenti.

1.4 Composizione granulometrica

Il comportamento dei terreni a grana grossa è, come già osservato, marcatamente influenzato dalle dimensioni dei grani e dalla distribuzione percentuale di tali dimensioni, ovvero dalla **granulometria**. Per ottenere queste informazioni si ricorre alla cosiddetta **analisi granulometrica**, che consiste nella determinazione della distribuzione percentuale del diametro dei granuli presenti nel terreno. L'analisi granulometrica viene eseguita mediante due tecniche:

1. **setacciatura** per la frazione grossolana (diametro dei grani maggiore di 0.074 mm)
2. **sedimentazione** per la frazione fine (diametro dei grani minore di 0.074 mm)

La setacciatura viene eseguita utilizzando una serie di **setacci** (a maglia quadrata) e/o **crivelli** (con fori circolari) con aperture di diverse dimensioni (la scelta delle dimensioni delle maglie va fatta in relazione al tipo di terreno da analizzare). I setacci vengono disposti uno sull'altro, con apertura delle maglie decrescente verso il basso. Una buona curva granulometrica può essere ottenuta scegliendo opportunamente la successione dei setacci: ad esempio ogni setaccio potrebbe avere apertura delle maglie pari a circa la metà di quello sovrastante (esistono anche indicazioni di varie associazioni tecnico-scientifiche, ad es. dell'Associazione Geotecnica Italiana).

Nella Tabella 1.4 sono riportate le sigle ASTM (American Society Standard Material) e l'apertura delle maglie corrispondente (diametri equivalenti) per i setacci che vengono normalmente impiegati nella setacciatura. Il setaccio più fine che viene generalmente usato nell'analisi granulometrica ha un'apertura delle maglie di 0.074 mm (setaccio n. 200 ASTM); al di sotto dell'ultimo setaccio viene generalmente posto un raccogliatore. Il materiale viene prima essiccato, pestato in un mortaio, pesato e disposto sul setaccio superiore. Tutta la pila viene poi fatta vibrare (con agitazione manuale o meccanica), in modo da favorire il passaggio del materiale dalle maglie dei vari setacci. Per i terreni più fini si ricorre anche all'uso di acqua (in tal caso si parla di setacciatura per via umida).

Alla fine dell'agitazione, da ciascun setaccio sarà passato il materiale con diametro inferiore a quello dell'apertura delle relative maglie. La percentuale di passante al setaccio i -esimo, P_{di} , può essere determinata pesando la quantità di materiale depositata su ciascun setaccio al di sopra di quello considerato, P_k (con $k = 1, \dots, i$), mediante la formula che segue:

Tabella 1.4 – Sigla ASTM e diametri equivalenti dei setacci impiegati per l'analisi granulometrica

N. ASTM	Apertura delle maglie, D [mm]
4	4.76
6	3.36
8	2.38
10	2.00
12	1.68
16	1.19
20	0.840
30	0.590
40	0.420
50	0.297
60	0.250
70	0.210
100	0.149
140	0.105
200	0.074

$$P_{di} = \frac{P_T - \sum_{k=1}^i P_k}{P_T} \cdot 100$$

dove P_T è il peso totale del campione di materiale esaminato.

I risultati dell'analisi granulometrica vengono riportati in un diagramma semi-logaritmico (per permettere una buona rappresentazione anche quando l'intervallo di variazione dei diametri è molto esteso), con il diametro (equivalente), D, dei setacci in ascissa e la percentuale di passante in ordinata (*curva granulometrica*) (Figura 1.10).

Per i diametri minori di 0.074 mm, cioè per il materiale raccolto sul fondo, si ricorre all'analisi per sedimentazione. Si tratta di una procedura basata sulla misura della densità di una sospensione, ottenuta miscelando il materiale all'acqua con l'aggiunta di sostanze disperdenti per favorire la separazione delle particelle, la cui interpretazione viene fatta impiegando la legge di Stokes, che lega la

velocità di sedimentazione di una particella in sospensione al diametro della particella e alla densità della miscela. Eseguendo misure di densità a diversi intervalli di tempo e conoscendo il peso specifico dei grani è possibile ricavare il diametro equivalente e la percentuale in peso delle particelle rimaste in sospensione e quindi aventi diametro equiva-

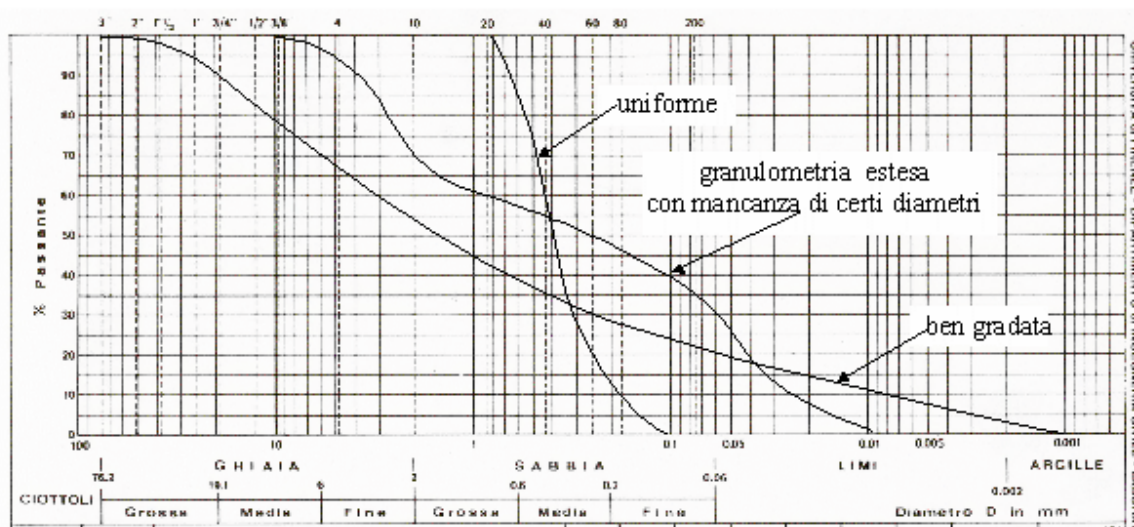


Figura 1.10 – Curve granulometriche tipiche per i terreni

lente inferiori a quelle sedimentate. Utilizzando questi dati è così possibile completare la curva granulometrica.

In pratica quella che si ottiene è una curva cumulativa.

La forma della curva è indicativa della distribuzione granulometrica: più la curva è distesa, più la granulometria è assortita. L'andamento della curva viene descritto sinteticamente mediante due parametri (che, come vedremo più avanti, vengono impiegati per classificare i terreni). Indicando con D_x il diametro corrispondente all' x % di materiale passante (Figura 1.10), si definiscono:

$$\text{coefficiente di uniformità:} \quad U = \frac{D_{60}}{D_{10}} \quad (\text{Eq. 1.13})$$

($U \geq 1$, più è basso più il terreno è uniforme, Figura 1.10)

$$\text{coefficiente di curvatura:} \quad C = \frac{D_{30}^2}{D_{60} \cdot D_{10}} \quad (\text{Eq. 1.14})$$

(C esterno all'intervallo 1÷3 indica mancanza di diametri di certe dimensioni ovvero bruschi cambiamenti di pendenza della curva granulometrica, Figura 1.10)

1.5 Limiti di Atterberg (o limiti di consistenza)

Come già osservato, il comportamento dei terreni a grana fine è marcatamente influenzato dall'interazione delle particelle di argilla con il fluido interstiziale (acqua), strettamente legata alla loro composizione mineralogica. Così, per questo tipo di terreni, è importante non solo conoscere la quantità di acqua contenuta allo stato naturale, ma anche confrontare questo valore con quelli corrispondenti ai limiti di separazione tra stati fisici particolari (in modo analogo a quanto si fa confrontando l'indice dei vuoti naturale con e_{\max} ed e_{\min} per i terreni a grana grossa).

Nei terreni argillosi si osserva infatti una variazione dello stato fisico, al variare del contenuto d'acqua. In particolare, se il contenuto d'acqua di una sospensione argillosa densa è ridotto gradualmente, la miscela acqua-argilla passa dallo *stato liquido*, ad uno *stato plastico* (dove il materiale acquisisce sufficiente rigidità da deformarsi in maniera continua), ad uno *stato semisolido* (in cui il materiale comincia a presentare fessurazioni) e infine ad uno *stato solido* (in cui il terreno non subisce ulteriori diminuzioni di volume al diminuire del contenuto d'acqua). Poiché il contenuto d'acqua corrispondente al passaggio da uno stato all'altro varia da un tipo di argilla da un

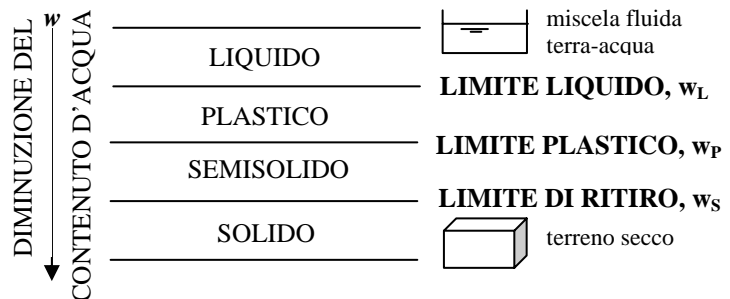


Figura 1.11 – Stati fisici del terreno e limiti di Atterberg

altro, la conoscenza di questi valori può essere utile nella classificazione ed identificazione dei terreni a grana fine. Tuttavia il passaggio da uno stato all'altro non è istantaneo, ma avviene gradualmente all'interno di un range di valori del contenuto d'acqua. Sono stati perciò stabiliti dei criteri convenzionali (Atterberg, 1911) per individuare le condizioni di passaggio tra i vari stati di consistenza. I contenuti d'acqua corrispondenti alle condizioni di passaggio, "convenzionali", tra i vari stati, sono definiti **limiti di Atterberg** e variano, in generale, da un tipo di argilla ad un altro.

Lo schema relativo ai 4 possibili stati fisici e i corrispondenti limiti di Atterberg sono riportati in Figura 1.11. Si individuano, in particolare, il **limite liquido** (o di liquidità), w_L , nel passaggio tra lo stato liquido e lo stato plastico, il **limite plastico** (o di plasticità), w_p , tra lo stato plastico e lo stato semisolido (o solido con ritiro), il **limite di ritiro**, tra lo stato semisolido e lo stato solido (o solido senza ritiro), w_s .

Ciascuno dei 3 limiti può essere determinato in laboratorio mediante un'opportuna procedura standardizzata.

1.5.1 Determinazione del limite liquido

Il limite liquido, w_L , si determina in laboratorio con il cucchiaio di Casagrande (Figura 1.12a). Un prefissato volume di terreno, prelevato dal passante al setaccio n. 40 (0.42 mm), viene mescolato con acqua distillata fino ad ottenere una pastella omogenea.

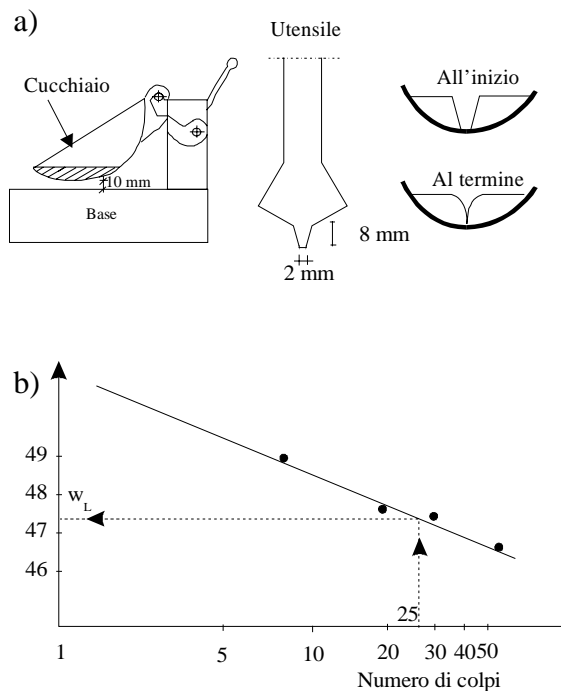


Figura 1.12 – Cucchiaio di Casagrande (a) e procedura sperimentale per la determinazione del limite liquido (b).

L'impasto viene successivamente disposto nel cucchiaio, spianandone la superficie e praticando poi nella zona centrale, con un'apposita spatola, un solco di 2 mm di larghezza e 8 mm di altezza. Con un dispositivo a manovella, il cucchiaio viene quindi lasciato cadere ripetutamente, a intervalli di tempo regolari, da un'altezza prefissata su una base di materiale standardizzato e vengono contati i colpi necessari a far richiudere il solco per una lunghezza di 13 mm. Viene poi prelevato un po' di materiale dal cucchiaio e determinato su questo il valore del contenuto d'acqua.

La procedura viene ripetuta più volte variando la quantità di acqua nell'impasto, in modo da ottenere una serie di coppie (4 o 5) di valori, numero di colpi-contenuto d'acqua.

I valori del contenuto d'acqua in funzione del numero di colpi vengono poi riportati in un diagramma semilogaritmico, Figura 1.12b, e interpolati linearmente: il contenuto d'acqua corrispondente a 25 colpi rappresenta convenzionalmente il limite liquido, w_L .

1.5.2 Determinazione del limite plastico

Il limite plastico, w_p , è il contenuto d'acqua in corrispondenza del quale il terreno inizia a perdere il suo comportamento plastico. Si determina in laboratorio impastando una certa quantità di terreno passante al setaccio n. 40 (0.42 mm) con acqua distillata e formando manualmente dei bastoncini di 3.2 mm (1/8 in.) di diametro. Quando questi cilindretti, che vengono fatti rotolare continuamente su una lastra di materiale poroso (in modo da perdere progressivamente acqua), iniziano a fessurarsi (Figura 1.13), si determina il contenuto d'acqua e questo rappresenta il limite plastico, w_p . Generalmente si fanno 3 determinazioni e si assume come w_p il valor medio.

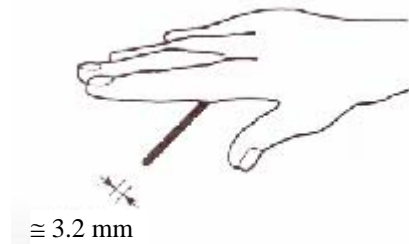


Figura 1.13 – Determinazione sperimentale del limite plastico

1.5.3 Determinazione del limite di ritiro

Il limite di ritiro, w_s , che ha un interesse molto limitato per le applicazioni in ingegneria civile e non viene di norma determinato, è il contenuto d'acqua al di sotto del quale una ulteriore perdita di acqua da parte del terreno non comporta nessuna variazione di volume. Pertanto, a differenza degli altri due limiti, non è un valore convenzionale, legato alla procedura di determinazione, ma ha un preciso significato fisico. Si determina in laboratorio su un provino indisturbato che viene essiccato per passi successivi, misurando ad ogni passaggio il volume e il contenuto d'acqua. I valori del volume vengono riportati in un grafico in funzione del contenuto d'acqua (Figura 1.14) e w_s è definito come il contenuto d'acqua corrispondente al punto di intersezione tra le tangenti alla parte iniziale e finale della curva ottenuta interpolando i punti sperimentali.

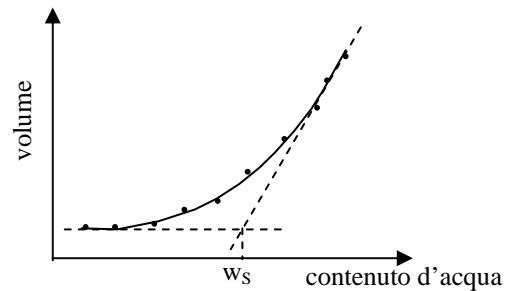


Figura 1.14 – Determinazione sperimentale del limite di ritiro

1.6 Indici di consistenza

Si definisce **indice di plasticità**, I_p , l'ampiezza dell'intervallo di contenuto d'acqua in cui il terreno rimane allo stato plastico, ovvero:

$$I_p (\%) = w_L - w_p \quad (\text{Eq. 1.15})$$

Tale indice dipende dalla percentuale e dal tipo di argilla e dalla natura dei cationi adsorbiti. Per ogni materiale, l'indice di plasticità cresce linearmente in funzione della percentuale di argilla presente, con pendenza diversa in relazione al tipo di minerali argillosi presenti (Figura 1.15). La pendenza di questa retta è definita **indice di attività**:

$$I_a = \frac{I_p}{CF} \quad (\text{Eq. 1.16})$$

dove $CF = \%$ in peso con diametro $d < 0.002$ mm. Sulla base dei valori assunti da questo indice i terreni possono essere classificati inattivi, normalmente attivi, attivi.

Considerando oltre ai limiti di consistenza, anche il contenuto naturale d'acqua, si possono definire l' **indice di liquidità**:

$$I_L = \frac{w - w_p}{I_p} \quad (\text{Eq. 1.17})$$

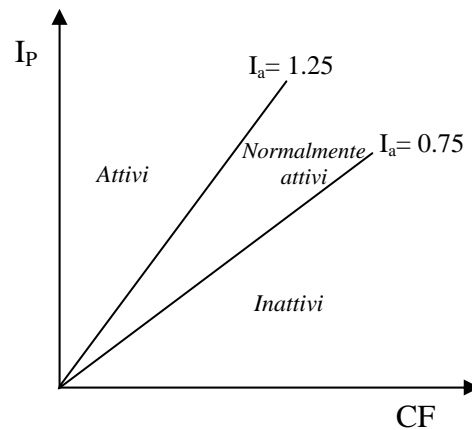


Figura 1.15 – Indice di attività delle argille

e l'**indice di consistenza**

$$I_C = \frac{w_L - w}{I_p} = 1 - I_L \quad (\text{Eq. 1.18})$$

L'indice di consistenza, oltre ad indicare lo stato fisico in cui si trova il terreno, fornisce informazioni qualitative sulle sue caratteristiche meccaniche: all'aumentare di I_C aumenta la resistenza al taglio del terreno e si riduce la sua compressibilità (da notare anche l'analogia tra I_C per terreni a grana fine e D_r per i terreni a grana grossa).

Una suddivisione dei terreni basata sui valori dell'indice di plasticità e dell'indice di consistenza è riportata nelle Tabelle 1.5 e 1.6 rispettivamente, mentre nella Tabella 1.7 sono riportati i valori tipici di w_L , w_p e I_p dei principali minerali argillosi.

Tabella 1.5 - Suddivisione dei terreni basata sui valori dell'indice di plasticità

TERRENO	I_p
NON PLASTICO	0 - 5
POCO PLASTICO	5 - 15
PLASTICO	15 - 40
MOLTO PLASTICO	> 40

Tabella 1.6 - Suddivisione dei terreni basata sui valori dell'indice di consistenza

CONSISTENZA	I_c
FLUIDA	< 0
FLUIDO-PLASTICA	0 – 0.25
MOLLE-PLASTICA	0.25 – 0.50
PLASTICA	0.50 – 0.75
SOLIDO-PLASTICA	0.75 - 1
SEMISOLIDA ($w > w_S$) O SOLIDA ($w < w_S$)	> 1

Tabella 1.7 - Valori tipici di w_L , w_p e I_p dei principali minerali argillosi

MINERALE ARGILLOSO	w_L (%)	w_p (%)	I_p (%)
MONTMORILLONITE	300-700	55-100	200-650
ILLITE	95-120	45-60	50-65
CAOLINITE	40-60	30-40	10-25

1.7 Sistemi di classificazione

I sistemi di classificazione sono una sorta di linguaggio di comunicazione convenzionale per identificare attraverso un nome (o una sigla) il tipo di materiale, in modo da fornirne indirettamente, almeno a livello qualitativo, delle indicazioni sul comportamento. In pratica, individuano alcuni parametri significativi e distintivi dei vari tipi di terreno in modo da poterli raggruppare in classi e stabilire così dei criteri universali, convenzionali, di riconoscimento.

Data l'estrema variabilità dei terreni naturali e le diverse possibili finalità ingegneristiche, non è pensabile di poter creare un unico sistema di classificazione. Per questo motivo, si sono sviluppati nel tempo diversi sistemi di classificazione, che possono essere utilizzati per scopi e finalità diversi.

Tuttavia, alcuni aspetti fondamentali accomunano i diversi sistemi di classificazione nella scelta delle proprietà di riferimento. In particolare tali proprietà:

- devono essere significative e facilmente misurabili mediante procedure standardizzate;
- non devono essere riferite ad uno stato particolare, ossia devono essere indipendenti dalla storia del materiale, dalle condizioni di sollecitazione o da altre condizioni al contorno.

Per quanto visto fino ad ora, i parametri che possiedono queste caratteristiche sono quelli precedentemente definiti proprietà indici, e riguardano la composizione granulometrica e la composizione mineralogica. I sistemi di classificazione più vecchi sono basati unicamente sulla granulometria e perciò sono significativi solo per i materiali a grana grossa (ghiaie e sabbie). Tra questi, i più comunemente usati sono riportati in Tabella 1.8.

Tabella 1.8. Alcuni sistemi di classificazione basati sulla granulometria

SISTEMA	Ghiaia	Sabbia	Limo	Argilla
MIT	2	0.06	0.002	
AASHO	2	0.075	0.002	
AGI	2	0.02	0.002	
	mm	mm	mm	

Essendo i terreni una miscela di grani di diverse dimensioni, una volta determinate le frazioni in peso relative a ciascuna classe, il materiale può essere identificato utilizzando i termini delle varie classi come sostantivi o aggettivi, nel modo seguente:

I termine: nome della frazione granulometrica prevalente,

II termine: nomi delle eventuali frazioni maggiori del 25%, precedute dal prefisso *con*,

III termine: nomi delle eventuali frazioni comprese tra il 15% e il 25%, con il suffisso *oso*,

IV termine: nomi delle eventuali frazioni minori del 15%, con il suffisso *oso*, precedute dal prefisso *debolmente*.

Se ad esempio da un'analisi granulometrica risulta che un terreno è costituito dal 60% di limo, dal 30% di sabbia e dal 10% di argilla, esso verrà denominato *limo con sabbia debolmente argilloso*.

Una classificazione che tiene conto solo della granulometria non è tuttavia sufficiente nel caso di limi e argille, il cui comportamento è legato soprattutto alla composizione mineralogica.

Per questo tipo di terreni si può ricorrere ad esempio al sistema di classificazione proposto da Casagrande (1948). Tale sistema è basato sui limiti di Atterberg ed è riassunto in un diagramma (noto come "Carta di plasticità di Casagrande") (Figura 1.16) nel quale si individuano sei zone, e quindi sei classi di terreno, in funzione del limite liquido (riportato in ascissa) e dell'indice di plasticità (riportato in ordinata). La suddivisione è rappresentata dalla retta A di equazione:

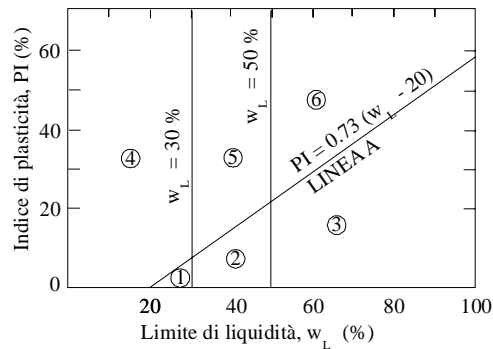
$$I_p = 0.73 (w_L - 20) \quad (\text{Eq. 1.19})$$

e da due linee verticali in corrispondenza di $w_L = 30$ e $w_L = 50$.

Le classi che si trovano sopra la retta A includono le argille inorganiche, quelle sotto la retta A i limi e i terreni organici (a titolo informativo va detto che la presenza di materiale organico in un terreno può essere rilevata attraverso la determinazione del limite liquido prima e dopo l'essiccamento. L'essiccamento provoca infatti nei materiali organici dei processi irreversibili con riduzione di w_L ; se tale riduzione è maggiore del 75%, il materiale viene ritenuto organico).

Esistono poi sistemi che, facendo riferimento sia alle caratteristiche granulometriche sia a quelle mineralogiche, possono essere utilizzati per la classificazione di qualunque tipo di terreno.

In particolare, i due sistemi più comunemente utilizzati e che verranno brevemente descritti nel seguito sono il sistema USCS e il sistema HRB (AASHTO, CNR_UNI 10006).



- ① Limi inorganici di bassa compressibilità
- ② Limi inorganici di media compressibilità e limi organici
- ③ Limi inorganici di alta compressibilità e argille organiche
- ④ Argille inorganiche di bassa plasticità
- ⑤ Argille inorganiche di media plasticità
- ⑥ Argille inorganiche di alta plasticità

Figura 1.16 – Carta di plasticità di Casagrande

1.7.1 Sistema USCS

Il sistema USCS (Unified Soil Classification System), sviluppato originariamente da Casagrande e successivamente modificato negli USA, è il sistema più utilizzato per classificare i terreni di fondazione.

Secondo tale sistema, i terreni vengono suddivisi in cinque gruppi principali, due a grana grossa (con percentuale passante al setaccio 200 minore del 50%): ghiaie (simbolo *G*) e sabbie (simbolo *S*), tre a grana fine (con percentuale passante al setaccio 200 maggiore del 50%): limi (simbolo *M*), argille (simbolo *C*) e terreni organici (simbolo *O*). Ciascun gruppo è a sua volta suddiviso in sottogruppi, in relazione ad alcune proprietà indici, secondo quanto indicato nello schema di Figura 1.17.

In particolare i **terreni a grana grossa** vengono classificati sulla base dei risultati dell'analisi granulometrica in ghiaie (*G*) e sabbie (*S*) a seconda che la percentuale passante al setaccio N. 4 (4.76 mm) sia rispettivamente minore o maggiore del 50%. Quindi viene analizzata la componente fine del materiale (passante al setaccio N.200):

	Gruppo	Descrizione	Sottogruppo	Caratteristiche
Terreni a grana grossa passante al 200 ≤ 50%	G	Ghiaie La maggior parte della frazione è trattenuta al setaccio 4.	GW	fine < 5%; U > 4 1 < C < 3
			GP	fine < 5%;
			GM	fine > 12%; PI < 4 o sotto retta A
			GC	fine > 12%; sopra retta A con PI > 7
	S	Sabbie La maggior parte della frazione passa al setaccio 4.	SW	fine < 5%; U > 6 1 < C < 3
			SP	fine < 5%;
SM			fine > 12%; PI < 4 o sotto retta A	
	SC	fine > 12%; sopra retta A con PI > 7		
Terreni a grana fine passante al 200 > 50%	C	Argille inorganiche	CL	W _L < 50%
			CH	W _L > 50%
	M	Limi inorganici	ML	W _L < 50%
			MH	W _L > 50%
	O	Limi e argille organici	OL	W _L < 50%
			OH	W _L > 50%

Figura 1.17 – Sistema di classificazione USCS

- 1) se essa risulta minore del 5% allora si considera solo l'assortimento del materiale sulla base dei valori del coefficiente di uniformità, U , e di curvatura, C (se $U > 4$ e $1 < C < 3$, per le ghiaie o $U > 6$ e $1 < C < 3$, per le sabbie, allora il materiale si considera ben gradato e come secondo simbolo si adotta W , altrimenti si considera poco gradato e si adotta il simbolo P);
- 2) se essa risulta maggiore del 12% allora viene classificata, dopo averne misurato i limiti di Atterberg (sul passante al setaccio N. 40), con riferimento ad una carta di plasticità derivata da quella di Casagrande con alcune modifiche (Figura 1.18), come limo (M) o argilla (C), che verrà utilizzato come secondo simbolo;
- 3) se essa è compresa tra il 5 e il 12% allora verrà classificata sia la granulometria della frazione grossolana (ben assortita, W , o poco assortita, P) secondo il criterio mostrato al punto 1) sia la componente fine (M o C) secondo il criterio indicato al punto 2), ottenendo così un doppio simbolo (ad es. $SW-SM$).

I terreni a grana fine vengono classificati per mezzo della Carta di plasticità di Casagrande modificata di Figura 1.18.

1.7.2 Sistema HRB

Proposto dalla Highway Research Board (1942) e successivamente revisionato dalla American Association of State Highway and Transportation Office (e riportato con qualche modifica anche nelle norme CNR-UNI) è un sistema di classificazione che viene utilizzato principalmente nel campo delle costruzioni stradali, o comunque per terreni utilizzati come materiali da costruzione.

In base alla granulometria e alle caratteristiche di plasticità, i terreni vengono suddivisi in otto gruppi, indicati con le sigle da A-1 ad A-8, alcuni dei quali (A-1, A-2 e A-7) suddivisi a loro volta in sottogruppi secondo lo schema riportato in Figura 1.19. I materiali granulari sono inclusi nelle classi da A-1 ad A-3 (con percentuale passante al setaccio 200 minore o uguale al 35%), i limi e le argille nelle classi da A-4 ad A-7 (con percentuale passante al setaccio 200 maggiore del 35%), mentre la classe A-8 comprende i terreni altamente organici.

Per i **terreni granulari** si considera nell'ordine:

- la percentuale passante al setaccio N. 10
- la percentuale passante al setaccio N. 40
- la percentuale passante al setaccio N. 200

e quando disponibili si considerano anche i valori del limite liquido e dell'indice di plasticità determinati sul passante al setaccio N. 40.

Per i **limi e le argille** la classificazione viene fatta solo sulla base dei valori misurati del limite liquido e dell'indice di plasticità.

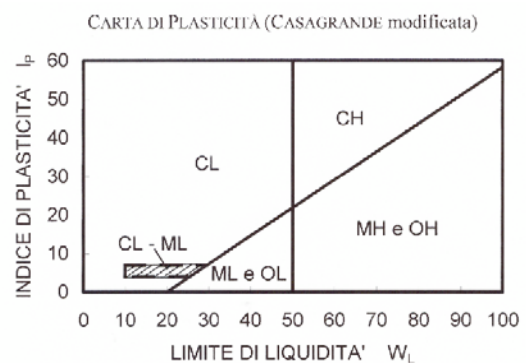


Figura 1.18 - Carta di plasticità (Casagrande modificata)

Il sistema prevede che, per i terreni che contengono un'alta percentuale di materiale fine, venga anche valutato un indice sintetico, detto **indice di gruppo**, definito come:

$$I = 0.2 a + 0.005 ac + 0.01 bd,$$

dove:

a = percentuale passante al setaccio 200 maggiore del 35% e minore del 75%, espressa come numero intero compreso tra 0 e 40,

b = percentuale passante al setaccio 200 maggiore del 15% e minore del 55%, espressa come numero intero compreso tra 0 e 40,

c = valore del limite liquido maggiore di 40 e minore di 60, espresso come numero intero compreso tra 0 e 20,

d = valore dell'indice di plasticità maggiore di 10 e minore di 30, espresso come numero intero compreso tra 0 e 20.

Valori minori dei limiti inferiori significano a, b, c, o d uguali a zero; valori maggiori dei limiti superiori significano a o b uguali a 40, c o d uguali a 20.

Quando un terreno rientra in più categorie viene attribuito a quella corrispondente ai limiti più restrittivi.

Classificazione generale:	Materiali granulari (passante al setaccio N.200 ≤ 35%)				Limi-Argille (passante al setaccio N.200 ≥ 35%)							
	A-1		A-3	A-2		A-4	A-5	A-6	A-7			
Classificazione di gruppo:	A-1-a	A-1-b	A-3	A-2-4	A-2-5	A-2-6	A-2-7	A-4	A-5	A-6	A-7-5*	A-7-6
Analisi granulometrica:												
% passante al setaccio:												
- N.10 (2mm)	≤ 50											
- N.40 (0.12 mm)	≤ 30	≤ 50	≥ 51									
- N.200 (0.074 mm)	≤ 15	≤ 25	≤ 10	≤ 35	≤ 35	≤ 35	≤ 35	≥ 36	≥ 36	≥ 36	≥ 36	≥ 36
Limiti di Atterberg determinati sul passante al setaccio N.40 (0.42 mm):												
- w _L (%)			Non plastico	≤ 40	≥ 41	≤ 40	≥ 41	≤ 40	≥ 41	≤ 40	≥ 41	≥ 41
- I _p (%)	≤ 6			≤ 10	≤ 10	≥ 11	≥ 11	≤ 10	≤ 10	≥ 11	≥ 11	≥ 11
Indice di gruppo (I):	0	0	0	≤ 4			≤ 8	≤ 12	≤ 16	≤ 20		
Materiale costituente:	Ghiaia (pietrame) con sabbia		Sabbia	Ghiaia e sabbia limosa o argillosa				Limi	Argille			
Materiale come sottofondo:	Da eccellente a buono								Da buono a scarso			

*Note: Se $I_p \leq w_L - 30 \rightarrow A-7-5$; Se $I_p \geq w_L - 30 \rightarrow A-7-6$

Figura 1.19 – Sistema di classificazione HRB

CAPITOLO 2

COSTIPAMENTO

In alcune applicazioni ingegneristiche, può manifestarsi talvolta la necessità di migliorare le caratteristiche del terreno, sia nelle sue condizioni naturali in sito, sia quando esso è impiegato come materiale da costruzione (p. esempio per dighe, rilevati, terrapieni, ecc.).

Le tecniche di miglioramento del terreno possono essere di vario tipo, in particolare esistono:

- **tecniche di tipo meccanico;**
- **tecniche di tipo chimico;**
- **tecniche** basate sull'induzione di fenomeni **di natura termica o elettrica** (che vengono utilizzate soprattutto in maniera provvisoria).

Altri metodi consistono nell'eliminare o ridurre la presenza dell'acqua (drenaggi); altri ancora nel sovraccaricare temporaneamente il terreno prima della realizzazione dell'opera in modo da esaurire preliminarmente un'aliquota dei cedimenti (precarico).

Tra i metodi di tipo meccanico riveste particolare importanza il **costipamento** che consiste nell'aumentare artificialmente la densità del terreno, impiegato come materiale per la costruzione di rilevati stradali e ferroviari, argini, dighe in terra, ecc., attraverso l'applicazione di energia meccanica.

L'obiettivo del costipamento è il miglioramento delle caratteristiche meccaniche del terreno, che comporta, in generale, i seguenti vantaggi:

1. riduzione della compressibilità (e quindi dei cedimenti),
2. incremento della resistenza (e quindi della stabilità e della capacità portante),
3. riduzione degli effetti che possono essere prodotti dal gelo, da fenomeni di imbibizione o di ritiro (legati alla quantità di vuoti presenti).

Il primo ad occuparsi di questo fenomeno è stato l'ingegnere americano Proctor (1930), il quale ha evidenziato che il valore della densità secca alla fine del costipamento, $\rho_d = \gamma_d/g$, è funzione di tre variabili:

- il tipo di terreno (granulometria, composizione mineralogica, ecc.),
- il contenuto d'acqua, w ,
- l'energia di costipamento.

In sito possono essere usate diverse tecniche di costipamento, in relazione alla natura del terreno da porre in opera ed eventualmente alla tipologia dei mezzi di cantiere disponibili.

In laboratorio queste possono essere riprodotte attraverso differenti tipi di prova nelle quali il terreno viene disposto in un recipiente metallico di forma cilindrica, a strati successivi, che vengono via via compattati.

In particolare, esistono quattro differenti tecniche di costipamento e quindi di tipi di prova:

1. **prove statiche**, in cui il terreno è sottoposto ad una pressione costante per un certo periodo di tempo mediante un pistone con area uguale a quella del recipiente;
2. **prove kneading** (*to knead = massaggiare*), nelle quali il terreno è sottoposto a intervalli regolari ad una compressione mediante un pistone che trasmette una pressione nota;
3. **prove per vibrazione**, in cui il recipiente in cui è contenuto il terreno viene fatto vibrare con appositi macchinari;
4. **prove dinamiche o di urto**, nelle quali il terreno è compattato con un pestello meccanico a caduta libera;

Le prime due tecniche vengono impiegate per terreni prevalentemente fini, le altre due per terreni prevalentemente a grana grossa. Tra le quattro sopra menzionate, le più usate sono quelle dell'ultimo tipo, di cui fanno parte le **prove Proctor**.

2.1 Prove Proctor

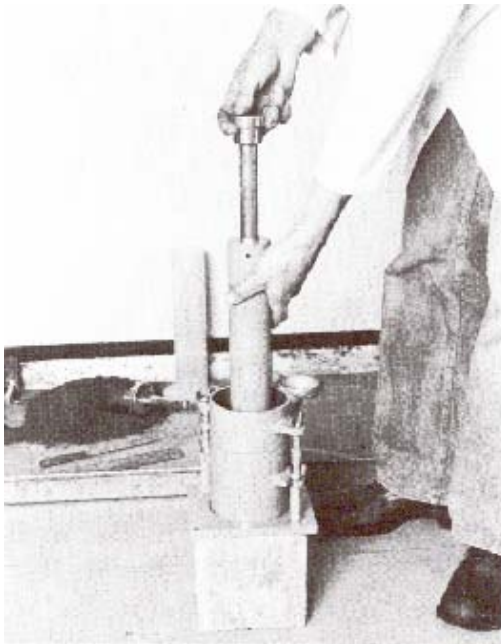


Foto 2.1 - Esecuzione di una prova Proctor

La prova Proctor viene eseguita disponendo a strati una certa quantità di terreno, preventivamente essiccato o bagnato, nel cilindro e compattandolo con il pestello per un numero prefissato di colpi (25), assestati in una posizione prestabilita. L'operazione viene ripetuta per un certo numero di strati (3 per la standard e 5 per la modificata) fino a riempire il cilindro poco al di sopra dell'attaccatura col collare (Figura 2.1). Successivamente viene rimosso il collare, livellato il terreno in sommità, pesato il tutto e determinato il contenuto d'acqua, prelevando una porzione di terreno dal cilindro.

Mediante il peso, P , e il volume, V , (noti) si ricava il peso di volume, γ , e, avendo determinato w , si può ricavare il peso di volume del secco, γ_d , ovvero la densità secca ($\rho_d = \gamma_d/g$, essendo g l'accelerazione di gravità).

L'attrezzatura per le prove Proctor è costituita da un cilindro metallico di dimensioni standard dotato di un collare rimovibile e da un pestello di diametro pari alla metà di quello del cilindro e di peso prefissato (Foto e Figura 2.1). In relazione alle caratteristiche dell'apparecchiatura e alle modalità di esecuzione, le prove Proctor si distinguono in "standard" e "modificata" (Tabella 2.1).

L'energia di costipamento della prova modificata, che viene eseguita soprattutto per terreni di sottofondo e materiali per pavimentazioni stradali e aeroportuali, è superiore a quella della prova standard.

La prova Proctor viene eseguita disponendo a strati una certa quantità di terreno, preventivamente essiccato o bagnato, nel cilindro e compattandolo con il pestello per un numero prefissato di colpi (25), assestati in una posizione prestabilita. L'operazione viene ripetuta per un certo numero di strati (3 per la standard e 5 per la modificata) fino a riempire il cilindro poco al di sopra dell'attaccatura col collare (Figura 2.1). Successivamente viene rimosso il collare, livellato il terreno in sommità, pesato il tutto e determinato il contenuto d'acqua, prelevando una porzione di terreno dal cilindro.

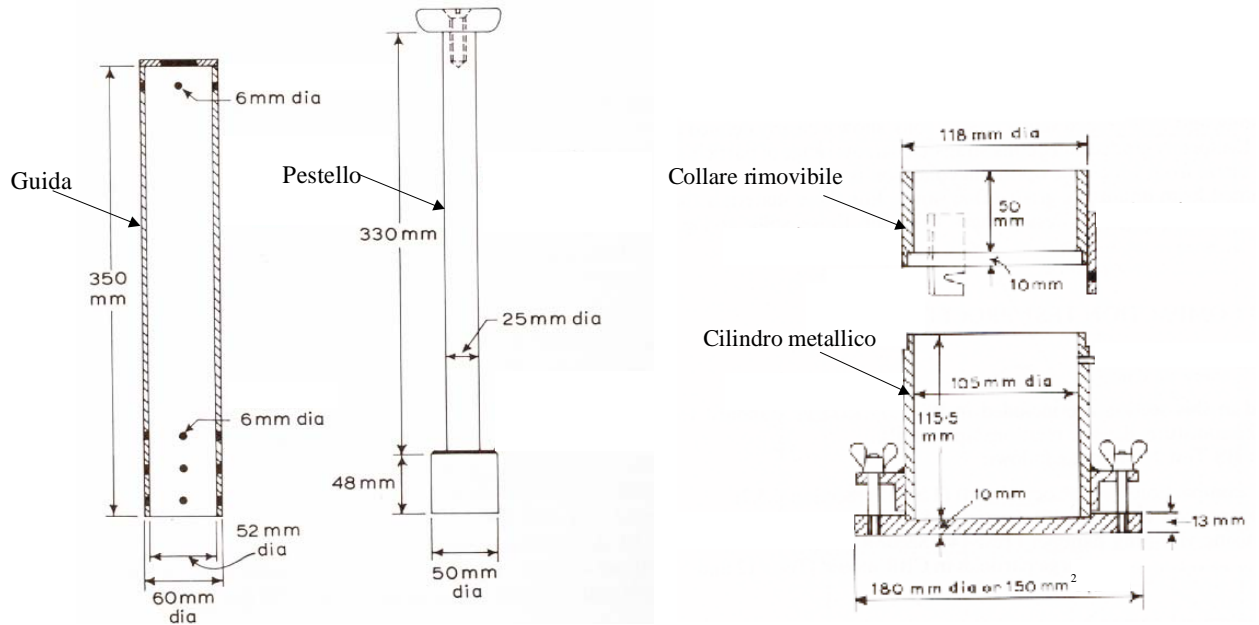


Figura 2.1 – Attrezzatura utilizzata per le prove Proctor

Si ha infatti (esprimendo w non in %):

$$\gamma = \frac{P}{V} = \frac{P_s + P_w}{V} = \frac{P_s}{V} + \frac{P_w}{V} \cdot \frac{P_s}{P_s} = \gamma_d + w \cdot \gamma_d = \gamma_d(1 + w) \quad (\text{Eq. 2.1})$$

Quindi:

$$\gamma_d = \frac{\gamma}{1 + w} \quad (\text{Eq. 2.2})$$

Tabella 2.1 – Caratteristiche dell'apparecchiatura e modalità di esecuzione della prova Proctor standard e modificata

Tipo di prova	Dimensioni del cilindro			Dimensioni del pestello		Numero degli strati	Numero colpi per strato	Altezza caduta pestello [cm]	Energia di costipamento [kg cm/cm ³]
	Ø	H	V	Ø	Peso				
	[cm]	[cm]	[cm ³]	[mm]	[kg]				
Standard AASHO	10.16	11.7	945	50.8	2.5	3	25	30.5	6.05
Modificata AASHO	10.16	11.7	945	50.8	4.54	5	25	45.7	27.5

2.2 Teoria del costipamento

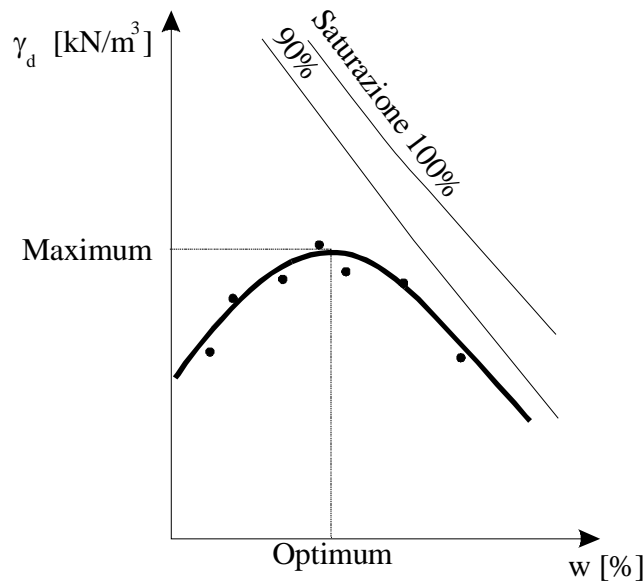


Figura 2.2 – Curva di costipamento

Analizzando i risultati ottenuti in laboratorio mediante l'esecuzione di prove Proctor è possibile descrivere il comportamento del terreno sottoposto a costipamento.

Supponiamo di eseguire la prova Proctor (quindi di impiegare la stessa tecnica di compattazione e la stessa quantità di energia) su alcuni campioni dello stesso terreno (5 o 6) aventi diversi contenuti d'acqua. Se, per ciascun campione, riportiamo in un grafico (Figura 2.2) il valore del peso di volume del secco (γ_d , indifferentemente, della densità secca) ottenuto al termine della prova in funzione del contenuto d'acqua corrispondente, e uniamo i vari punti, otteniamo una curva, detta **“curva di costipamento”**

che presenta un tipico andamento a campana. Il valore del contenuto d'acqua corrispondente al valore massimo del peso di volume del secco (detto **“maximum”**) è indicato come **“contenuto d'acqua optimum”** o **“optimum Proctor”**.

Va sottolineato che il valore massimo del peso di volume del secco è relativo ad un valore di energia prefissato e ad una particolare tecnica di compattazione. Quindi, per un dato terreno, l'optimum, il maximum e l'andamento della curva dipendono dall'energia spesa e dal metodo di costipamento. I valori tipici del maximum variano intorno a $16 \div 20 \text{ kN/m}^3$, mentre il massimo range di variazione è compreso tra 13 e 23 kN/m^3 . I valori tipici dell'optimum variano intorno al $10 \div 20\%$, mentre il massimo range di variazione per l'optimum è compreso tra il 5% e il 40% .

Per valori bassi del contenuto d'acqua, la resistenza del terreno è alta così che, a parità di energia di compattazione impiegata, risulterà più difficile ridurre i vuoti e quindi raggiungere elevati valori della densità secca; incrementando il contenuto d'acqua, la resistenza del terreno tende a diminuire, facilitando la rimozione dei vuoti, ed aumenta così il valore di densità secca raggiungibile fino al maximum ottenuto in corrispondenza del valore di optimum del contenuto d'acqua; per valori superiori all'optimum, avendo raggiunto un elevato grado di saturazione, le deformazioni avvengono pressoché a volume costante (l'acqua non riesce a filtrare verso l'esterno) e non consentono ulteriori riduzioni dell'indice dei vuoti, per cui si riduce anche il valore della densità secca ottenuto.

Se per uno stesso tipo di terreno si utilizza la stessa tecnica di costipamento (p. es. quella della prova Proctor) variando l'energia (il numero di colpi), si ottiene una famiglia di curve con andamento simile. Al crescere dell'energia aumenta la densità secca massima e diminuisce il contenuto d'acqua optimum. Con contenuti d'acqua superiori all'optimum le diverse curve tendono a confondersi in un'unica linea (Figura 2.3).

Questo significa che per contenuti d'acqua inferiori all'optimum un aumento dell'energia di costipamento risulta più efficace in quanto riesce ad incrementare la densità secca (cosa che può non accadere per contenuti d'acqua superiori all'optimum).

La linea in cui si confondono i tratti terminali di tutte le curve risulta approssimativamente parallela alla **curva di saturazione**, che può essere determinata calcolando il valore del peso di volume del secco corrispondente al contenuto d'acqua in condizioni di saturazione. Tale valore dipende solo dal peso di volume del solido γ_s .

Infatti:

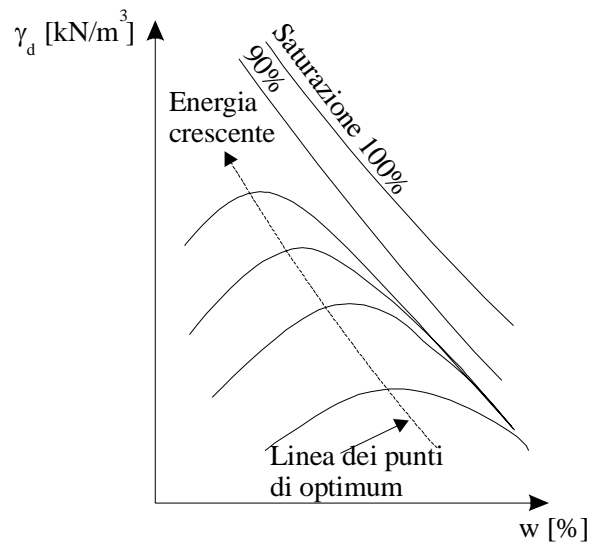


Figura 2.3 – Andamento della curva di costipamento al variare dell'energia di costipamento

$$\gamma_d = \frac{P_s}{V} = \frac{P_s/V_s}{V/V_s} = \frac{\gamma_s}{\frac{V_s}{V_s} + \frac{V_v}{V_s}} = \frac{\gamma_s}{1+e} \quad (\text{Eq. 2.3})$$

se il terreno è saturo ($S_r = 1$), con S_r non espresso in %):

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{V_w}{V_s} \cdot \frac{P_s}{P_s} \cdot \frac{P_w}{P_w} = w \cdot \gamma_s \cdot \frac{1}{\gamma_w} \quad (\text{Eq. 2.4})$$

quindi:

$$\gamma_d = \frac{\gamma_s}{1 + w \cdot \frac{\gamma_s}{\gamma_w}} \quad (\text{Eq. 2.5})$$

per $S_r < 1$ (con S_r espresso non in percentuale) invece:

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{V_w}{S_r V_s} \cdot \frac{P_s}{P_s} \cdot \frac{P_w}{P_w} = \frac{1}{S_r} \cdot w \cdot \gamma_s \cdot \frac{1}{\gamma_w} \quad (\text{Eq. 2.6})$$

quindi:

$$\gamma_d = \frac{\gamma_s \cdot S_r}{S_r + w \cdot \frac{\gamma_s}{\gamma_w}} \quad (\text{Eq. 2.7})$$

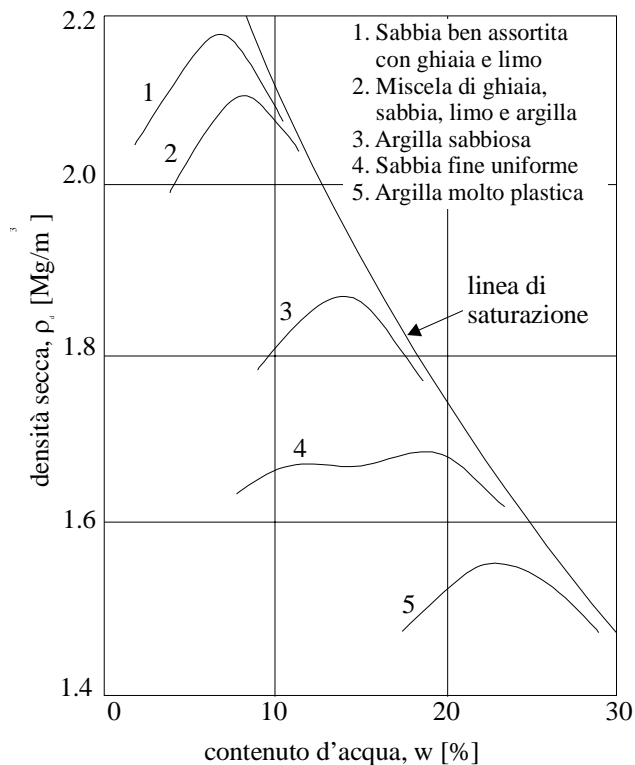


Figura 2.4 – Curva ottenute per differenti tipi di terreno a parità di energia di costipamento

decrece all'aumentare della plasticità.

2.3 Costipamento in sito

Per il costipamento dei terreni in sito possono essere impiegate attrezzature diverse in relazione alle caratteristiche e al tipo di terreno e all'energia richiesta per il costipamento. Le tecniche impiegate possono trasmettere al terreno azioni meccaniche di tipo statico, di compressione e di taglio, o di tipo dinamico, di urto o vibrazione. In base al prevalere di uno dei due tipi di azioni le at-



Figura 2.5 – Rullo compressore usato per terreni a grana fine

Anche la linea congiungente i vari punti corrispondenti all'optimum per un dato terreno risulta all'incirca parallela alla curva di saturazione; cioè per un dato terreno il massimo effetto di costipamento si ha per un certo grado di saturazione.

A parità di energia di costipamento, le curve che si ottengono per differenti tipi di terreno sono molto diverse tra loro. In particolare si può osservare che (Figura 2.4):

- la variazione del contenuto d'acqua influenza la densità secca più per certi tipi di terreno e meno per altri;
- terreni in cui prevale la frazione fine raggiungono valori di densità secca più bassi;
- le sabbie ben assortite presentano valori della densità secca più elevati di quelle più uniformi e gli effetti del costipamento sono molto più marcati;
- per i terreni argillosi il maximum

trezzature per il costipamento si suddividono in due classi costituite rispettivamente dai **mezzi prevalentemente statici e prevalentemente dinamici**.

In particolare, per il costipamento dei terreni a grana fine risultano efficaci solo le attrezzature della prima classe, mentre per il costipamento dei terreni granulari sono efficaci soprattutto quelle del secondo tipo.

Nei mezzi prevalentemente statici sono compresi i rulli lisci, i rulli o carrelli gommati e i rulli a punte (Figura 2.5). I rulli lisci statici compattano per compressione e la loro azione è limitata alla parte più superficiale di terreno; hanno un peso generalmente compreso tra le 2 e le 20 t e trasmettono pressioni dell'ordine di 30÷100 kg/cm su una striscia di un centimetro di generatrice. I rulli gommati sono costituiti da un cassone trasportato da un certo numero di ruote gommate; compattano sia con azione di compressione che di taglio per mezzo dei pneumatici. Rispetto ai rulli lisci agiscono più in profondità. I rulli a punte sono dotate di protrusioni di varia forma (es. rulli “a piè di pecora”) o di segmenti mobili che esercitano nel terreno un'azione di punzonamento e di taglio. La loro azione è limitata alla parte più superficiale di terreno.



Figura 2.6 – Rullo compressore (vibratore) usato per terreni granulari

Nella classe dei mezzi prevalentemente dinamici sono compresi i rulli lisci vibranti (Figura 2.6), le piastre vibranti e le piastre battenti. I rulli vibranti sono analoghi a quelli lisci, ma sono dotati di pesi eccentrici che generano forze verticali di tipo sinusoidale che mettono in vibrazione il terreno; in genere sono poco efficaci in superficie, per cui nella fase finale vengono utilizzati senza vibrazione per costipare lo strato più superficiale di terreno. Le piastre vibranti sono formate da una piastra di acciaio sulla quale è posto un motore e una serie di masse eccentriche che generano un moto sinusoidale verticale in grado di sollevare, spostare e far ricadere la piastra.

Le piastre battenti consistono in una massa che viene ritmicamente sollevata e lasciata ricadere sul terreno; vengono usate soprattutto per costipare aree di dimensioni ridotte quando non possono essere utilizzate altre tecniche di costipamento.

In sito il costipamento viene eseguito disponendo il terreno a strati successivi di qualche decina di centimetri; la scelta dello spessore e della quantità di energia (numero di passaggi con i rulli o di battute con le piastre) dipende dalle caratteristiche del materiale da compattare. Per i materiali a grana fine (A-4, A-5, A-6, A-7 della classificazione HRB) e per i materiali a grana grossa con percentuale elevata di fine (A-2) tale scelta è molto legata al valore del contenuto d'acqua; per i materiali a grana grossa (A-1, A-3) la compattezza è generalmente poco condizionata dal contenuto d'acqua.

In genere i risultati ottenuti dal costipamento in sito vengono controllati e confrontati con quelli delle prove Proctor (standard o modificata) eseguite in laboratorio. La densità secca (o il peso di volume del secco) ottenuta dal costipamento in sito deve essere generalmente una percentuale prefissata (almeno l'85% ÷ 90%) di quella ottenuta in laboratorio. Per determinare la densità secca (o il peso di volume del secco) in sito, il procedimento è articolato nelle seguenti fasi:

1. viene scavata una porzione di terreno e determinato il peso P e il contenuto d'acqua w ;
2. viene misurato il volume di terreno scavato, V ;
3. viene determinato il peso di volume totale ($\gamma = P/V$). Il peso di volume del secco può essere ricavato mediante la relazione (2.2) e confrontato con il valore di γ_{dmax} ottenuto con la prova Proctor.

Il punto 2 è quello che presenta le maggiori difficoltà. A questo scopo i metodi più usati (Figura 2.7) sono:

- il **metodo della sabbia tarata** (figura 2.7a), in cui lo scavo viene riempito con una sabbia di caratteristiche note, il cui volume viene determinato per lettura sul recipiente che contiene la sabbia e per pesata;
- il **metodo dell'olio o dell'acqua** (figura 2.7b) in cui il foro viene accuratamente rivestito con una membrana di polietilene e successivamente riempito con acqua o olio.

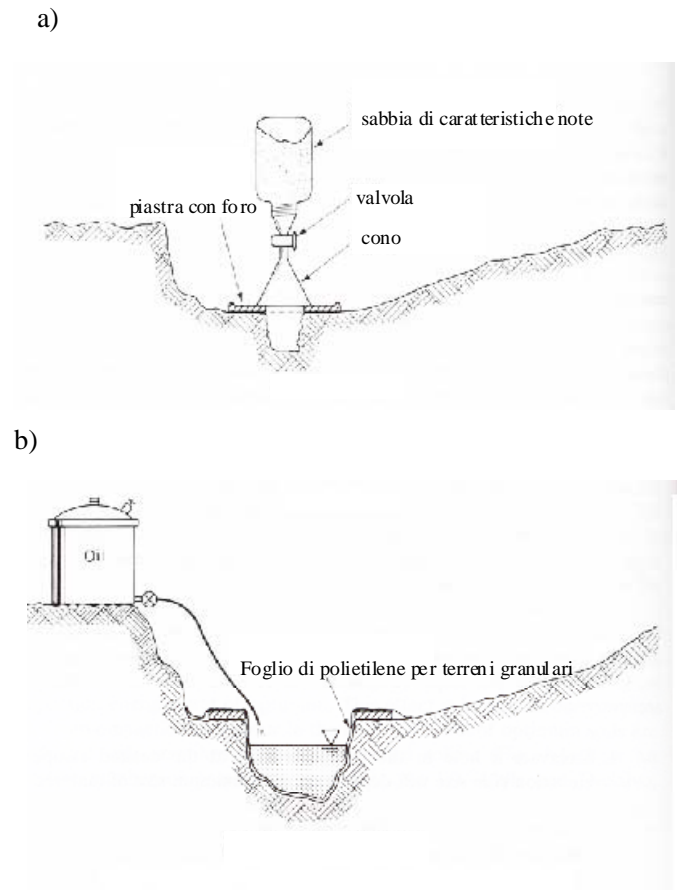


Figura 2.7 – Metodi per la determinazione della densità in sito

In alternativa a questi metodi può essere utilizzato anche quello del nucleodensimetro, che consente una misura della densità e del contenuto d'acqua con procedimento non distruttivo ed è basato sulla misura dell'assorbimento di radiazioni nucleari.

CAPITOLO 3

STATI DI TENSIONE NEL TERRENO

Essendo il terreno un materiale multifase, il suo comportamento meccanico (compressibilità, resistenza), in seguito all'applicazione di un sistema di sollecitazioni esterne o, più in generale, ad una variazione delle condizioni esistenti, dipende dall'interazione tra le diverse fasi. Lo studio di questa interazione, che rappresenta un problema estremamente complesso, può essere affrontato, in linea teorica, seguendo due tipi di approccio:

- il primo consiste nell'analizzare il comportamento della singola particella, in relazione alle particelle circostanti ed al fluido interstiziale, e nel determinare la risposta di un elemento di terreno a partire dalla modellazione del comportamento di un insieme di particelle;
- il secondo è basato su una trattazione di tipo più integrale, che prescinde dalle vicende dei singoli grani e analizza il comportamento globale del mezzo.

Il primo modo di procedere è talmente complesso da risultare di fatto inutilizzabile per le applicazioni ingegneristiche, cosicché nella pratica, con una pesante semplificazione dal punto di vista concettuale, un terreno saturo (salvo diversa indicazione ci riferiremo nel seguito a terreni totalmente saturi d'acqua) viene assimilato a due mezzi continui sovrapposti, ovvero che occupano lo stesso volume, l'uno solido, l'altro fluido. Tale semplificazione implica che le proprietà di un elemento di terreno, infinitesimo o finito, siano le stesse, e che si possano estendere anche ai terreni i concetti di *tensione* e *deformazione* propri dei mezzi continui con le relative notazioni.

Naturalmente è necessario stabilire una legge di interazione tra le fasi, ovvero tra i due continui solido e fluido che occupano lo stesso volume di terreno. Tale legge è il *principio delle tensioni efficaci*, enunciato da Karl Terzaghi nel 1923.

3.1 Principio delle tensioni efficaci

Le esatte parole con cui Terzaghi enuncia il principio delle tensioni efficaci alla 1^a Conferenza Internazionale di Meccanica delle Terre (Londra, 1936) sono le seguenti:

“The stress in any point of a section through a mass of soil can be computed from the total principal stresses σ_1 , σ_2 and σ_3 which act at this point. If the voids of the soil are filled with water under a stress u the total principal stresses consist of two parts. One part u acts in the water and in the solid in every direction with equal intensity. It is called the neutral stress (or the pore pressure).

“Le tensioni in ogni punto di una sezione attraverso una massa di terreno possono essere calcolate dalle tensioni principali totali σ_1 , σ_2 e σ_3 che agiscono in quel punto. Se i pori del terreno sono pieni d'acqua ad una pressione u , le tensioni principali totali possono scomporsi in due parti. Una parte, u , agisce nell'acqua e nella fase solida in tutte le direzioni con eguale intensità, ed è chiamata *pressione neutra* (o pressione di pori).

The balance $\sigma'_1 = \sigma_1 - u$, $\sigma'_2 = \sigma_2 - u$, and $\sigma'_3 = \sigma_3 - u$ represents an excess over the

Le differenze $\sigma'_1 = \sigma_1 - u$, $\sigma'_2 = \sigma_2 - u$, e $\sigma'_3 = \sigma_3 - u$ rappresentano un incremento

neutral stress u and it has its seat exclusively in the solid phase of the soil. This fraction of the total principal stress will be called the effective principal stress”.

rispetto alla pressione neutra ed hanno sede esclusivamente nella fase solida del terreno. Questa frazione della tensione totale principale sarà chiamata **tensione principale efficace**”.

“All measurable effects of a change of stress, such compression, distortion and a change of shearing resistance, are exclusively due to changes in the effective stresses”.

“Ogni effetto misurabile di una variazione dello stato di tensione, come la compressione, la distorsione e la variazione di resistenza al taglio è attribuibile esclusivamente a variazioni delle tensioni efficaci”.

Si osservi che:

- Terzaghi non attribuisce alcun significato fisico alle tensioni principali efficaci, ma le definisce semplicemente come differenza tra tensioni principali totali e pressione interstiziale;
- le tensioni principali efficaci non sono dunque direttamente misurabili, ma possono essere desunte solo attraverso la contemporanea conoscenza delle tensioni principali totali e della pressione interstiziale;
- il principio delle tensioni efficaci è una relazione di carattere empirico (come si deduce dal fatto che Terzaghi precisa che “Ogni effetto misurabile.....), sebbene sia stato finora sempre confermato dall’evidenza sperimentale.

In definitiva per studiare il comportamento meccanico di un terreno saturo ci si riferisce a due mezzi continui sovrapposti e mutuamente interagenti, e si definiscono in ogni punto il tensore delle **tensioni totali**, il tensore delle **pressioni interstiziali** (isotropo) e, per differenza, il tensore delle **tensioni efficaci**.

Importanti implicazioni del principio delle tensioni efficaci sono:

- una variazione di tensione efficace comporta una variazione di resistenza,
- se non vi è variazione di tensione efficace non varia la resistenza,
- una variazione di volume è sempre accompagnata da una variazione di tensione efficace,
- una variazione di tensione efficace non comporta necessariamente una variazione di volume,
- condizione necessaria e sufficiente affinché si verifichi una variazione di stato tensionale efficace è che la struttura del terreno si deformi, la deformazione può essere volumetrica, di taglio o entrambe.

Un’interpretazione fisica approssimata del concetto di tensione efficace può essere data nel modo seguente: si consideri una superficie immaginaria (di area trasversale pari ad A_t) che divida in due parti un elemento di terreno saturo senza sezionare le particelle di terreno (Figura 3.1).

Se indichiamo con:

- A_c l'area dei contatti intergranulari,
- u la pressione dell'acqua nei pori,

la forza totale verticale, $F_{t,v}$, agente sulla superficie, è data dalla somma delle componenti verticali delle forze trasmesse dai grani in corrispondenza delle aree di contatto e dalla risultante della pressione dell'acqua nei pori, agente in corrispondenza delle zone di contatto acqua- superficie, ovvero:

67

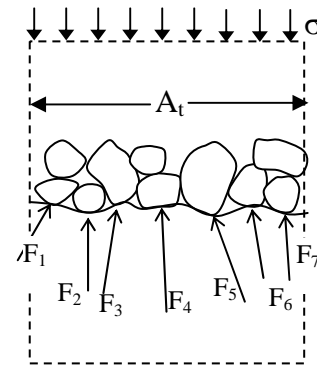


Figura 3.1 – Schema adottato per l'interpretazione del principio delle tensioni efficaci

$$F_{t,v} = \sum F_{i,v} + u (A_t - A_c) \quad (\text{Eq. 3.1})$$

Dividendo tutto per A_t e indicando con $\sigma = (F_{t,v} / A_t)$, la tensione verticale totale media sulla superficie considerata, per l'equilibrio in direzione verticale si ha:

$$\sigma = \sum F_{i,v} / A_t + u (1 - A_c / A_t). \quad (\text{Eq. 3.2})$$

Posto $\sum F_{i,v} / A_t = \sigma'$, tensione efficace, e tenuto conto che l'area dei contatti intergranulari è trascurabile rispetto all'area totale ($A_c \ll A_t$), si ottiene infine:

$$\sigma = \sigma' + u \quad (\text{Eq. 3.3})$$

ovvero l'equazione del principio degli sforzi efficaci.

A commento di quanto sopra detto, è opportuno evidenziare che:

- la tensione efficace, σ' , rappresenta la somma delle forze intergranulari riferita all'area totale della sezione considerata (quindi una tensione media sulla sezione) e non la pressione esistente in corrispondenza delle aree di contatto, che risulta molto maggiore di σ' (essendo l'area di contatto molto piccola);
- nel caso dei minerali argillosi, il termine σ' include anche le azioni elettromagnetiche (di attrazione e repulsione) tra le particelle, che non risultano trascurabili rispetto alle pressioni intergranulari; anzi, per argille ad alta plasticità, dove potrebbero anche non esistere contatti intergranulari, σ' rappresenta la risultante delle forze di attrazione e di repulsione tra le particelle;
- l'ipotesi di trascurare il rapporto A_c / A_t non è sempre valida per tutti i mezzi granulari¹.

¹ A titolo di esempio, consideriamo due diversi mezzi granulari: una sabbia omogenea, per la quale si può ragionevolmente assumere un valore molto piccolo di A_c / A_t ($= 0.01$) e un insieme di pallini di piombo, per i quali il valore del rapporto A_c / A_t è maggiore e vale approssimativamente 0.3 (in quanto a parità di dimensioni, forma e tensione totale agente su di essi, la deformabilità risulta più grande per i pallini di piombo con un conseguente aumento dell'area di contatto tra le particelle). Assumiamo inoltre, per entrambi i mezzi granulari: $\sigma = 100\text{kPa}$ e $u = 50\text{kPa}$, e quindi per il principio delle tensioni efficaci $\sigma' = \sigma - u = 50\text{kPa}$. Per la sabbia si ha: $\sum F_{i,v} / A_t = \sigma - u (1 - A_c / A_t) = 100 - 50 \cdot (1 - 0.01) = 50.5\text{ kPa} \approx \sigma'$ e la pressione verticale media di contatto interparticellare è molto elevata e vale: $\sum F_{i,v} / A_c = (\sum F_{i,v} / A_t) \cdot (A_t / A_c) = 50.5 / 0.01 = 5050\text{ kPa}$. Per i pallini di piombo invece si ha: $\sum F_{i,v} / A_t = \sigma - u (1 - A_c / A_t) = 100 - 50 \cdot (1 - 0.3) = 65\text{ kPa} \neq \sigma'$ e la pressione verticale media di contatto interparticellare è molto meno elevata e vale: $\sum F_{i,v} / A_c = (\sum F_{i,v} / A_t) \cdot (A_t / A_c) = 65 / 0.3 = 216.7\text{ kPa}$.

Per capire meglio il principio delle tensioni efficaci, consideriamo un recipiente contenente della sabbia immersa in acqua (Figura 3.2a), in modo che il livello dell'acqua sia coincidente con quello della sabbia (tutti i pori tra i grani sono pieni d'acqua, il terreno è saturo).

Se immaginiamo di aggiungere sopra la sabbia uno strato di pallini di piombo (Figura 3.2b), si avrà un incremento di pressioni totali, $\Delta\sigma$, e un conseguente abbassamento, Δh , del livello superiore della sabbia. In questo caso, i pallini trasmettono le sollecitazioni direttamente allo scheletro solido, la pressione dell'acqua all'interno dei pori (pressione interstiziale) non cambia, l'incremento di tensione efficace è pari a quello di tensione totale ($\Delta\sigma' = \Delta\sigma$); la variazione delle tensioni efficaci produce degli effetti sul comportamento meccanico del terreno e induce dei cedimenti.

Se invece immaginiamo di innalzare il livello dell'acqua (Figura 3.2c), nel recipiente contenente sabbia e acqua, si avrà un incremento di pressione totale dovuto unicamente ad un incremento del carico idrostatico, che produce in ciascun punto un analogo incremento della pressione interstiziale. In questo caso $\Delta\sigma = \Delta u$ e $\Delta\sigma' = 0$; non avendo variazioni delle tensioni efficaci non si hanno né effetti sul comportamento meccanico del terreno né cedimenti.

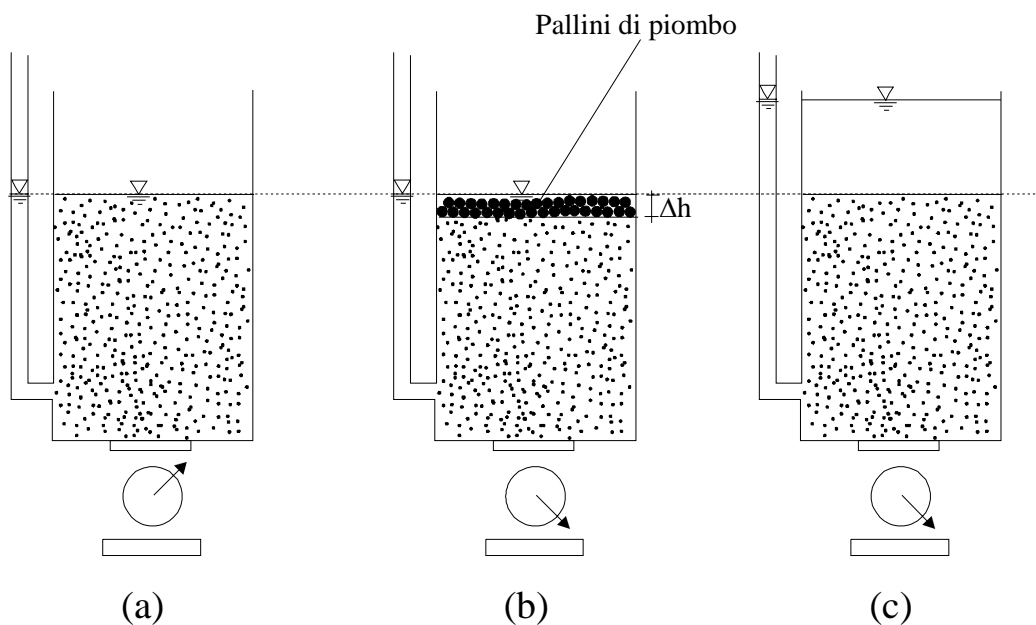


Figura 3.2 – Effetti della variazione delle tensioni totali sulle tensioni efficaci: (a) condizione iniziale; (b-c) Eguale incremento di tensione totale, $\Delta\sigma$, testimoniato dalla medesima variazione di peso registrata dalla bilancia; (b) $\Delta\sigma = \Delta\sigma'$, $\Delta u = 0$ produce l'effetto misurabile del cedimento Δh ; (c) $\Delta\sigma = \Delta u$, $\Delta\sigma' = 0$ non si ha alcun effetto misurabile

3.2 Tensioni geostatiche

In molti problemi di ingegneria geotecnica può essere necessario stimare l'effetto che una perturbazione, come ad esempio l'applicazione di un carico in superficie, lo scavo di una trincea o l'abbassamento del livello di falda, produce sul terreno in termini di resistenza e di deformazione.

A tal fine è necessario prima stimare le variazioni dello stato di sollecitazione indotto dalla perturbazione nel terreno, e poi applicare la legge costitutiva, ovvero le relazioni che permettono di stimare, date le variazioni di tensione, le conseguenti deformazioni, immediate e/o ritardate, del terreno. Poiché quasi mai il terreno può essere assimilato ad un mezzo elastico lineare, le deformazioni indotte dalla variazione di stato tensionale dipendono anche dallo stato tensionale iniziale del terreno, ovvero precedente alla perturbazione, e dalla storia tensionale e deformativa che il terreno ha subito fino a quel momento.

Perciò è molto importante stimare lo stato tensionale dovuto al peso proprio del terreno (*tensioni geostatiche*), che di norma corrisponde allo stato tensionale iniziale.

La conoscenza dello stato tensionale iniziale in sito è dunque un punto di partenza fondamentale per la soluzione di qualunque problema di natura geotecnica.

In assenza di carichi esterni applicati, le tensioni iniziali in sito sono rappresentate dalle *tensioni geostatiche* (o *litostatiche*), ovvero dalle tensioni presenti nel terreno allo stato naturale, indotte dal peso proprio.

Tali tensioni sono legate a molti fattori ed in particolare a:

- geometria del deposito,
- condizioni della falda,
- natura del terreno (caratteristiche granulometriche e mineralogiche, stato di addensamento o di consistenza, omogeneità, isotropia),
- storia tensionale (con il termine storia tensionale si intende comunemente la sequenza di tensioni, in termini di entità e durata, che hanno interessato il deposito dall'inizio della sua formazione alle condizioni attuali),

e la loro determinazione è, in generale, piuttosto complessa.

Se consideriamo all'interno di un deposito di terreno un generico punto P, con riferimento ad un elemento cubico infinitesimo di terreno, i cui lati sono orientati secondo un sistema di riferimento cartesiano ortonormale (0,x,y,z) con asse z verticale, lo stato tensionale può essere definito una volta note le componenti normali, σ , e tangenziali, τ , delle tensioni agenti sulle facce dell'elemento di terreno considerato (Figura 3.3)². Tali tensioni sono legate tra loro ed alle componenti dP_x , dP_y e dP_z delle forze di volume, presenti nell'elemento, attraverso le equazioni indefinite di equilibrio alla traslazione e alla rotazione:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dx \cdot dy \cdot dz + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dx \cdot dy \cdot dz + dP_x = 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dx \cdot dy \cdot dz + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} dx \cdot dy \cdot dz + dP_y = 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dx \cdot dy \cdot dz + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} dx \cdot dy \cdot dz + dP_z = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \tau_{xy} = \tau_{yx} \\ \tau_{zx} = \tau_{xz} \\ \tau_{zy} = \tau_{yz} \end{array} \right. \quad (\text{Eq. 3.4})$$

² Nella Meccanica dei Terreni sono assunte positive le tensioni normali di compressione e le tensioni tangenziali che producono rotazioni orarie rispetto a un punto esterno al piano di giacitura (ovvero che danno origine ad una coppia antioraria).

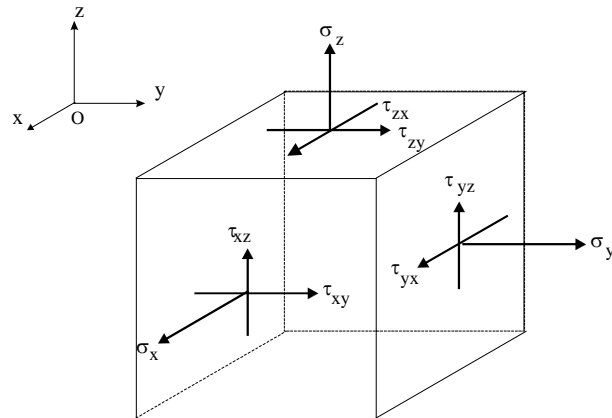


Figura 3.3 – Stato tensionale di un elemento infinitesimo di terreno

Nel caso di:

- piano di campagna orizzontale ed infinitamente esteso,
- uniformità orizzontale delle proprietà del terreno (quindi terreno omogeneo od eventualmente stratificato, con disposizione orizzontale degli strati),
- falda orizzontale e in condizioni di equilibrio idrostatico,

si realizza per ragioni di simmetria uno *stato tensionale assial-simmetrico* rispetto all'asse z , in cui in ogni punto il piano orizzontale e tutti i piani verticali sono principali e le tensioni orizzontali sono tra loro uguali, in tutte le direzioni.

Lo stato tensionale totale in un generico punto P può essere dunque univocamente definito mediante una tensione totale verticale, $\sigma_z = \sigma_v$, e una tensione totale orizzontale, $\sigma_h = \sigma_x = \sigma_y$ (Figura 3.4).

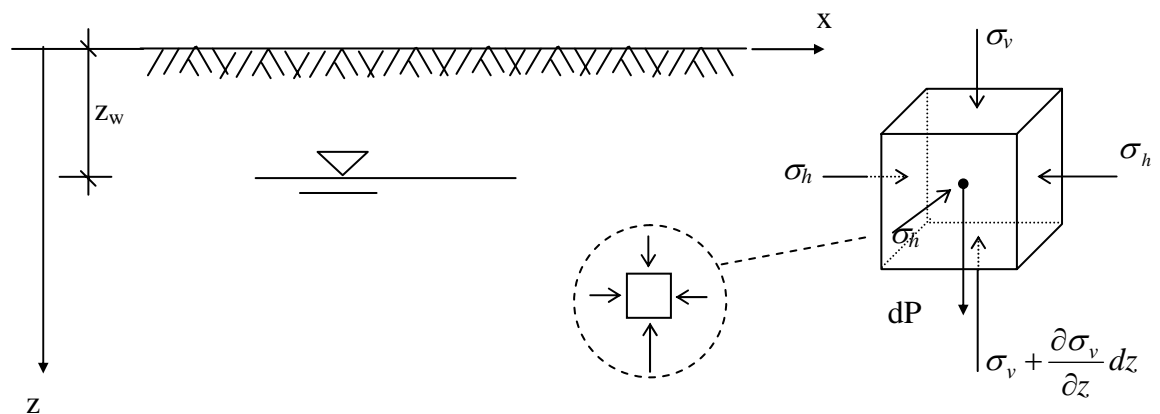


Figura 3.4 – Stato tensionale assial-simmetrico e tensioni geostatiche nel terreno

Le equazioni indefinite dell'equilibrio, (3.4), considerando che le forze di volume sono rappresentate dalla sola forza peso $dP_z = -dP = -\gamma \, dx \, dy \, dz$, risultano così semplificate:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_h}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_h}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_v}{\partial z} = \gamma \end{array} \right. \quad (\text{Eq. 3.5})$$

3.2.1 Tensioni verticali

Integrando l'equazione ottenuta dall'equilibrio in direzione verticale, è possibile ricavare il valore della pressione verticale totale alla profondità z :

$$\sigma_v = \int_0^z \gamma(z) dz \quad (\text{Eq. 3.6})$$

Vale la pena evidenziare che le tensioni litostatiche vengono spesso indicate con il simbolo "0" a pedice, per sottolineare che si tratta di condizioni iniziali (di partenza per il problema geotecnico di interesse).

Se il deposito è omogeneo (γ costante con la profondità) e $\sigma_v = 0$ per $z = 0$ (assenza di carichi verticali sul piano di campagna) e la superficie piezometrica coincide col piano di campagna ($z_w = 0$) si ha, dall'equazione (3.6):

$$\sigma_{v0} = \gamma \cdot z \quad (\text{Eq. 3.7})$$

dove γ rappresenta il peso di volume saturo fino alla profondità z considerata³.

Nel caso di deposito costituito da più strati orizzontali caratterizzati da valori di γ diversi (costanti all'interno di ciascuno strato), il valore della pressione verticale totale alla profondità z è dato invece da:

$$\sigma_{v0} = \sum_i \gamma_i \cdot \Delta z_i \quad (\text{Eq. 3.8})$$

essendo Δz_i lo spessore dello strato i -esimo compreso entro la profondità z .

È da osservare che anche all'interno di uno stesso strato γ può variare con la profondità (anche per effetto del solo peso proprio l'indice dei vuoti di un terreno diminuisce al crescere della profondità e conseguentemente aumenta il suo peso di volume); in tal caso si è soliti suddividere il deposito in sottostrati per i quali viene assunto γ costante.

La pressione verticale efficace, σ_v' , non è invece determinabile direttamente. Una volta determinato il valore della pressione verticale totale, σ_v , è necessario perciò valutare an-

³ Nel caso in cui la superficie piezometrica sia al di sopra del piano di campagna ad una distanza H , allora la tensione verticale totale è data da: $\sigma_{v0} = \gamma \cdot z + \gamma_w \cdot H$, mentre nel caso in cui sia al di sotto del piano di campagna ad una profondità z_w , allora la tensione verticale totale è: $\sigma_{v0} = \gamma_{\text{sat}} \cdot (z - z_w) + \gamma \cdot z_w$, dove γ rappresenta il peso di volume del terreno al di sopra della falda (in genere parzialmente saturo a causa di fenomeni di risalita capillare) e $\gamma_d < \gamma < \gamma_{\text{sat}}$.

che il valore della pressione dell'acqua nei pori, ossia il valore della pressione interstiziale, u , in modo da poter applicare l'equazione del principio delle pressioni efficaci (3.3).

In condizioni di falda in quiete, la pressione dell'acqua, u , può essere ricavata una volta nota la posizione della superficie piezometrica, che è per definizione il luogo dei punti in cui la pressione dell'acqua è uguale alla pressione atmosferica, u_a (in pratica la pressione dell'acqua u può essere rilevata utilizzando varie tecniche di misura che verranno descritte in uno dei capitoli seguenti).

Poiché convenzionalmente si assume $u_a = 0$, si ha, all'interno di un deposito reale, $u > 0$ sotto la superficie piezometrica e $u < 0$ sopra (specie per terreni coesivi per la presenza di fenomeni di risalita capillare). Essendo la determinazione dei valori $u < 0$ molto incerta, si è soliti assumere $u = 0$ al di sopra della superficie piezometrica, commettendo consapevolmente un errore che, nella maggior parte dei casi è a favore della sicurezza.

In ciascun punto al di sotto della superficie piezometrica, e in assenza di moto di filtrazione, la pressione dell'acqua, uguale in tutte le direzioni, è pari al valore idrostatico⁴, ovvero:

$$u = \gamma_w \underline{z} \quad (\text{Eq. 3.9})$$

essendo \underline{z} la profondità del punto considerato rispetto alla superficie piezometrica. Pertanto, avendo assunto un sistema di riferimento con l'asse z verticale discendente e origine sul piano campagna, se la superficie piezometrica si trova a profondità z_w , il valore della pressione interstiziale a profondità z è pari a:

$$\begin{aligned} u &= 0 && \text{per } z < z_w \\ u &= \gamma_w \cdot (z - z_w) && \text{per } z \geq z_w \end{aligned} \quad (\text{Eq. 3.10})$$

Ricordando l'espressione generale di σ_v (3.8), si ha quindi:

$$\begin{aligned} \sigma'_{vo} &= \sigma_{vo} - u = \sigma_{vo} = \sum_i \gamma_i \cdot \Delta z_i && \text{per } z < z_w \\ \sigma'_{vo} &= \sigma_{vo} - u = \sum_i \gamma_i \cdot \Delta z_i - \gamma_w \cdot (z - z_w) && \text{per } z \geq z_w \end{aligned} \quad (\text{Eq. 3.11})$$

3.2.2 Tensioni orizzontali

Al contrario di quanto accade per le pressioni verticali, la determinazione delle pressioni orizzontali in un deposito risulta incerta, poiché le equazioni che si ricavano dall'equilibrio alle traslazioni in direzione orizzontale, (3.5), forniscono $\sigma_h = \text{costante}$ e quindi non danno nessuna informazione utile.

Non essendo pertanto possibile una loro determinazione analitica, è necessario ricorrere ad evidenze sperimentali. L'osservazione condotta sperimentalmente su depositi di differente origine e composizione, ha evidenziato che il valore di σ'_h dipende, oltre che da:

- geometria del deposito,
- condizioni della falda,

⁴ Infatti nella maggior parte dei casi i vuoti nei terreni sono fra loro comunicanti e quindi sotto falda sono saturi d'acqua. In alcuni casi ciò non è vero: ad esempio in alcuni terreni di origine vulcanica, come i terreni di Sarno.

– e natura del terreno

(analogamente a quanto accade per σ'_v), anche dalla storia tensionale del deposito.

Per meglio comprendere l'influenza della storia tensionale del deposito sul valore della tensione orizzontale, si faccia riferimento ad un caso di sedimentazione in ambiente lacustre su un'area molto estesa in direzione orizzontale.

La tensione verticale totale nel punto P (Figura 3.5a), in corrispondenza del piano di campagna, è inizialmente uguale alla pressione interstiziale, quindi la tensione efficace verticale risulta nulla. Durante la deposizione, dopo un certo periodo di tempo, il terreno nel punto P si trova ad una certa profondità z dal piano di campagna, e una volta raggiunto l'equilibrio sotto l'azione del peso del terreno sovrastante, si osserva che la pressione interstiziale è rimasta immutata, mentre per effetto del peso del terreno sovrastante, è aumentata la tensione verticale totale e con essa, per il principio delle tensioni efficaci, anche la tensione efficace verticale, $\sigma'_v(A)$.

Il terreno in tale punto ha subito una compressione assiale (ϵ_z) senza deformazioni laterali ($\epsilon_x = \epsilon_y = 0$), per ragioni di simmetria, essendo il deposito infinitamente esteso in direzione orizzontale. Quindi risulta che la deformazione volumetrica, ϵ_v , è legata alla variazione di altezza ΔH e dell'indice dei vuoti Δe del terreno dalla seguente relazione:

$$\epsilon_v = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = \epsilon_z = -\frac{\Delta H}{H_0} \quad (Eq. 3.12)$$

dove⁶:

$$\epsilon_v = -\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{(V_{v0} + V_s) - (V_{v1} + V_s)}{V_{v0} + V_s} = \frac{V_{v0}/V_s - V_{v1}/V_s}{V_{v0}/V_s + V_s/V_s} = \frac{e_0 - e_1}{1 + e_0} = -\frac{\Delta e}{1 + e_0} \quad (Eq. 3.13)$$

da cui quindi risulta che:

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Delta e}{1 + e_0} \quad (Eq. 3.14)$$

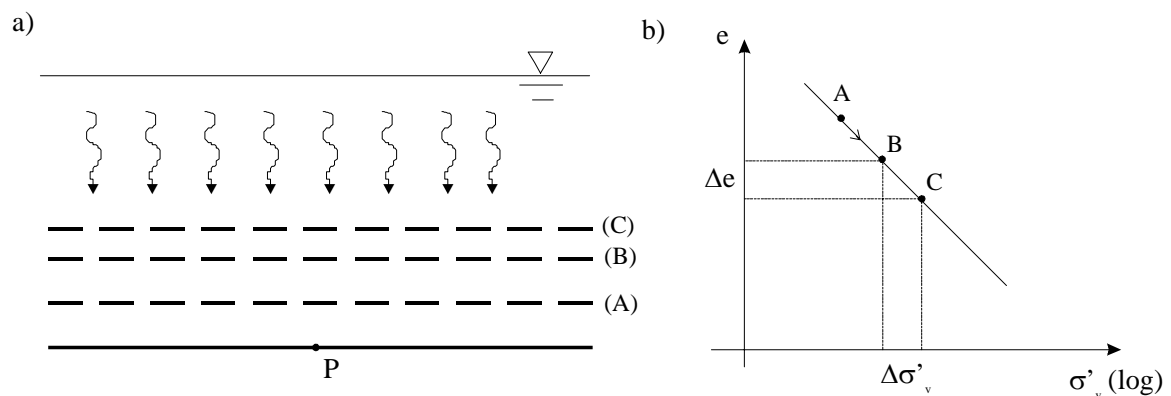


Figura 3.5 - Sedimentazione in ambiente lacustre (a) e linea di compressione vergine (b)

⁵ Il segno negativo evidenzia che nella Meccanica dei Terreni vengono considerate positive le diminuzioni di volume e di lunghezza.

⁶ Si assume che il volume dei solidi V_s rimanga costante nell'ipotesi di incompressibilità dei grani.

Tale fenomeno di deformazione monodimensionale verrà ripreso ed approfondito nel Capitolo 7 e può essere descritto riportando su un grafico in scala semilogaritmica la tensione efficace verticale nel punto P considerato e l'indice dei vuoti corrispondente, raggiunto al procedere della deposizione del materiale. I valori si dispongono su una retta detta *linea di compressione vergine* (linea ABC in Figura 3.5b).

In queste condizioni di deformazioni orizzontali impedito dovute alla particolare geometria e simmetria del deposito, l'incremento delle tensioni efficaci orizzontali è sempre proporzionale al corrispondente incremento delle tensioni efficaci verticali, secondo un coefficiente detto *coefficiente di spinta a riposo* ("a riposo" significa in assenza di deformazioni laterali) e, considerando che per $\sigma'_v = 0$, $\sigma'_h = 0$, vale la seguente relazione:

$$K_o = \frac{\sigma'_{ho}}{\sigma'_{vo}} \quad (\text{Eq. 3.15})$$

In particolare durante la fase di deposizione del materiale, tale coefficiente rimane costante al variare della tensione efficace verticale raggiunta e dipende solo dalla natura del terreno. In una situazione di questo genere, in cui la tensione efficace verticale geostatica, σ'_{vo} , coincide con la tensione efficace verticale massima sopportata dal deposito in quel punto durante la sua storia, si parla di *terreno normalconsolidato* (o normalmente consolidato, indicato con il simbolo NC).

Supponiamo ora che alla fase di sedimentazione segua una fase di erosione (Figura 3.6a), e conseguentemente il deposito nel punto P, raggiunta la situazione rappresentata dal punto C in Figura 3.5b, subisca uno scarico tensionale con riduzione della tensione efficace verticale, fino al valore $\sigma'_v(D)$, e conseguente incremento dell'indice dei vuoti. Riportando i valori di tensione efficace verticale raggiunti in funzione dell'indice dei vuoti (Figura 3.6b) si osserva che lo scarico non avviene sulla stessa linea di compressione vergine (corrispondente alla fase di sedimentazione), ma su una retta di pendenza notevolmente inferiore (*linea di scarico*), dove a parità di tensione efficace verticale raggiunta, il terreno presenta, rispetto alla fase di sedimentazione, una struttura più stabile, caratterizzata da una maggiore resistenza al taglio e da una minore compressibilità (fenomeno di *preconsolidazione*).

In una situazione di questo genere in cui la tensione efficace verticale massima subita dal deposito nel punto considerato, $\sigma'_v(C)$, detta *pressione di preconsolidazione* ed indicata con σ'_p , è maggiore della tensione efficace verticale geostatica, il terreno si definisce *sovracosolidato* (indicato con il simbolo OC) e l'entità della sovraconsolidazione, legata all'ampiezza dello scarico e quindi al valore della tensione efficace verticale raggiunta, $\sigma'_v(D)$, è rappresentata dal *grado di sovraconsolidazione*, OCR (OverConsolidation Ratio):

$$\text{OCR} = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{vo}} \quad (\text{Eq. 3.16})$$

dove la pressione di preconsolidazione σ'_p è usualmente determinata da prove di laboratorio su campioni indisturbati⁷.

⁷ Nel caso in cui la sovraconsolidazione sia di origine meccanica (dovuta cioè a fenomeni di erosione o di innalzamento del livello di falda) il grado di sovraconsolidazione risulta massimo in prossimità della superficie del deposito e tende all'unità all'aumentare della profondità.

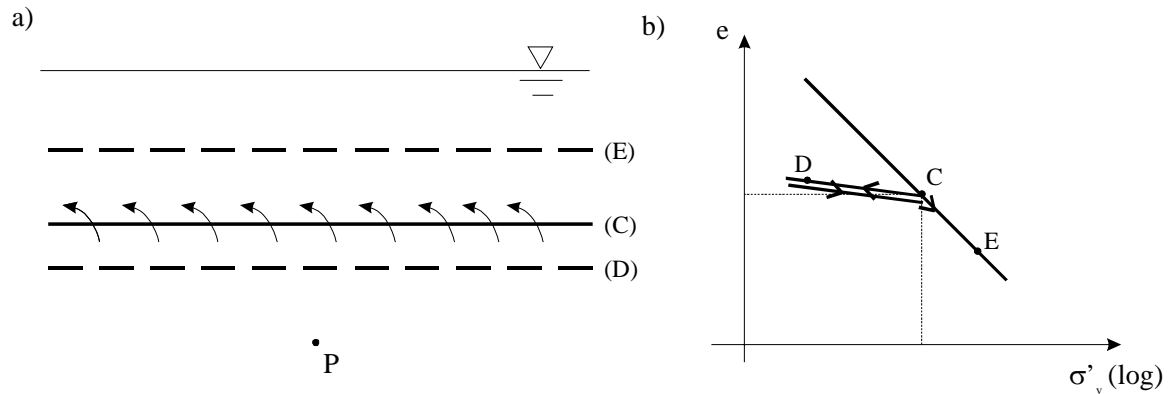


Figura 3.6 - Fase di erosione e sedimentazione (a) e linea di scarico e ricarico (b)

Al procedere dello scarico tensionale anche la tensione efficace orizzontale si riduce, ma non in modo proporzionale alla riduzione della tensione efficace verticale, cosicché il coefficiente di spinta a riposo, che si indica col simbolo $K_0(OC)$, aumenta al diminuire della tensione efficace verticale raggiunta (e quindi all'aumentare di OCR).

Infine se il deposito è soggetto a una nuova fase di deposizione, con conseguente incremento delle tensioni efficaci verticali a partire dal punto indicato con D in Figura 3.6, il terreno si muove su una linea pressoché parallela a quella di scarico (*linea di ricarico*) fino al raggiungimento della pressione di preconsolidazione, $\sigma'_v(C)$, raggiunta la quale il terreno ritorna a comportarsi come un terreno normalconsolidato e a ripercorrere la linea di compressione iniziale.

Il coefficiente K_0 , può essere valutato a partire dai risultati di alcune prove in sito (che vedremo nei capitoli seguenti). Frequentemente viene stimato per mezzo di relazioni empiriche a partire da parametri di più semplice determinazione (p. es. dalla densità relativa per i terreni a grana grossa o dall'indice di plasticità per terreni a grana fine).

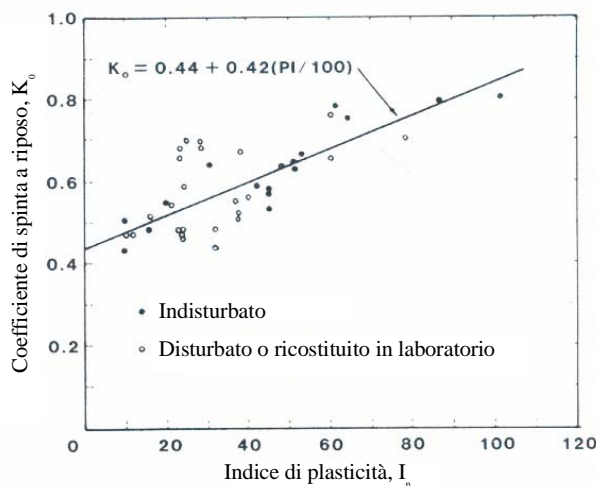


Figura 3.7 – Correlazione tra il coefficiente di spinta a riposo per terreni normalconsolidati, $K_0(NC)$, ottenuto da prove di laboratorio, e l'indice di plasticità, I_p

K_0 per i terreni normalconsolidati (solitamente indicato col simbolo $K_0(NC)$) varia generalmente tra 0.4 e 0.8; in genere si hanno valori più bassi per terreni granulari, più alti per limi e argille.

Per terreni coesivi NC, le relazioni empiriche esistenti in letteratura legano generalmente K_0 a I_p , con K_0 linearmente crescente con I_p . Un esempio è riportato in Figura 3.7.

Per terreni incoerenti NC esistono in letteratura correlazioni tra K_0 e D_R , nelle quali K_0 decresce al crescere di D_R . Un esempio è riportato in Figura 3.8.

In generale, per tutti i tipi di terreno, viene spesso utilizzata la seguente relazione di Jaky semplificata:

$$K_o \cong 1 - \sin \phi' \quad (\text{Eq. 3.17})$$

dove ϕ' è l'angolo di resistenza al taglio (parametro che verrà definito nel capitolo relativo alla resistenza).

Per terreni sovraconsolidati, K_o può raggiungere valori anche maggiori di 1, e può essere stimato a partire dal valore di K_o del medesimo terreno normalconsolidato, mediante una relazione del tipo:

$$K_o(\text{OC}) = K_o(\text{NC}) \cdot \text{OCR}^\alpha \quad (\text{Eq. 3.18})$$

dove α è un coefficiente empirico legato alla natura del terreno.

Per terreni coesivi viene spesso assunto $\alpha \cong 0.5$. Esistono in letteratura correlazioni che legano α a I_p , del tipo $\alpha = a \cdot I_p^{-b}$, in cui α risulta una funzione decrescente di I_p .

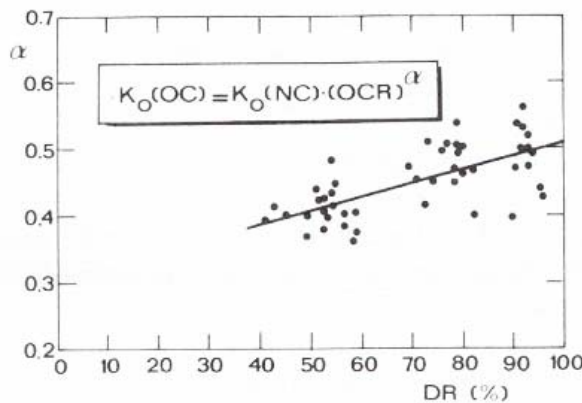


Figura 3.9 – Variazione dell'esponente α con la densità relativa, D_r

(scarico), e infine di nuova sedimentazione (ricarico), è qualitativamente rappresentato in Figura 3.10 a, mentre la variazione del coefficiente di spinta a riposo durante lo stesso processo è rappresentato in Figura 3.10 b. In conclusione, in un qualunque punto del deposito, noto il valore della pressione verticale efficace litostatica, σ'_{vo} , e noto il coefficiente di spinta a riposo, K_o , il valore della pressione orizzontale efficace litostatica, σ'_{ho} , può essere ricavato mediante la relazione:

$$\sigma'_{ho} = K_o \cdot \sigma'_{vo} \quad (\text{Eq. 3.19})$$

per definizione stessa di K_o .

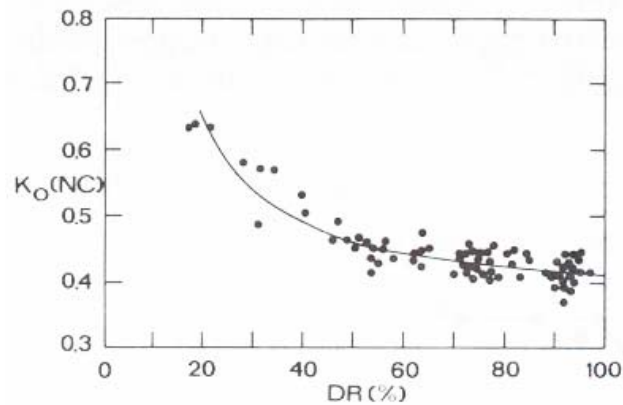


Figura 3.8 – Correlazione tra il coefficiente di spinta a riposo per terreni normalconsolidati, $K_o(\text{NC})$, e la densità relativa, D_r

Per terreni incoerenti la determinazione sperimentale di OCR, che richiede il prelievo di campioni indisturbati, non è generalmente possibile. Perciò, anche se esistono alcune relazioni empiriche di letteratura tra α e D_R (un esempio è riportato in Figura 3.9), il coefficiente di spinta a riposo in depositi OC di terreno incoerente, viene più opportunamente determinato mediante prove in sito.

Da quanto sopra detto, lo stato di tensione in un punto di un deposito di terreno omogeneo durante un processo di sedimentazione (carico), di successiva erosione

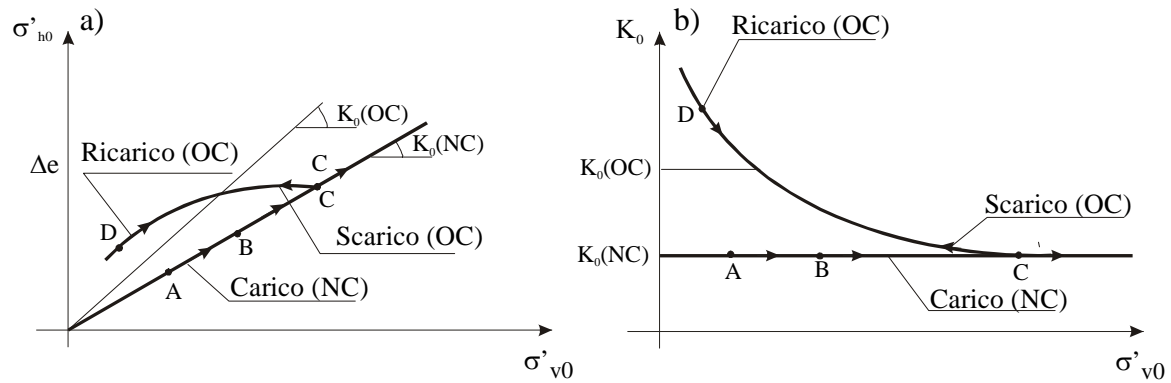


Figura 3.10 – Stati di tensione (a) e variazione del coefficiente di spinta a riposo (b) in un deposito di terreno omogeneo, durante la fase di sedimentazione (carico), la fase di successiva erosione (scarico) e nuova sedimentazione (ricarico).

Dal valore della pressione orizzontale efficace è possibile poi ricavare il valore della pressione orizzontale totale, sfruttando di nuovo la formulazione del principio delle pressioni efficaci e sommando il valore di u (già calcolato, essendo, come sottolineato in precedenza, la pressione dell'acqua un tensore sferico, isotropo) a σ'_{ho} , ovvero:

$$\sigma_{ho} = \sigma'_{ho} + u \tag{Eq. 3.20}$$

Riassumendo, sotto opportune ipotesi semplificative iniziali, noti:

- il peso di volume sopra e sotto falda,
- la posizione della superficie piezometrica,
- il coefficiente di spinta a riposo,

è possibile definire completamente lo stato tensionale geostatico all'interno di un deposito, che normalmente coincide con lo stato tensionale iniziale, la cui conoscenza è, come già osservato, un punto di partenza indispensabile per la soluzione di qualunque problema geotecnico.

3.2.3 Influenza dell'oscillazione del livello di falda sulle tensioni efficaci

Si consideri un deposito, ipotizzato per semplicità omogeneo, caratterizzato da un peso di volume umido γ , sopra falda, e da un peso di volume saturo, γ_{sat} , sotto falda.

a) Supponiamo inizialmente la falda ad una profondità z_{w1} dal piano di campagna, e determiniamo l'andamento delle tensioni totali, efficaci e delle pressioni interstiziali con la profondità (Figura 3.11a). In particolare utilizzando la (3.7) si ottiene l'andamento delle tensioni verticali totali (nell'ipotesi che il terreno non sia completamente saturo al di sopra della falda):

$$\begin{cases} \sigma_{v1} = \gamma \cdot z & \text{per } z < z_{w1} \\ \sigma_{v1} = \gamma_{sat} \cdot (z - z_{w1}) + \gamma \cdot z_{w1} & \text{per } z \geq z_{w1} \end{cases}$$

mentre dalla (3.10) si ottiene l'andamento delle pressioni interstiziali:

$$\begin{cases} u_1 = 0 & \text{per } z < z_{w1} \\ u_1 = \gamma_w \cdot (z - z_{w1}) & \text{per } z \geq z_{w1} \end{cases}$$

Infine, per differenza, (3.3), si ottiene l'andamento delle tensioni efficaci:

$$\begin{cases} \sigma'_{v1} = \gamma \cdot z & \text{per } z < z_{w1} \\ \sigma'_{v1} = \gamma_{\text{sat}}(z - z_{w1}) + \gamma \cdot z_{w1} - \gamma_w(z - z_{w1}) \\ = (\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w)(z - z_{w1}) + \gamma \cdot z_{w1} = \gamma'(z - z_{w1}) + \gamma \cdot z_{w1} & \text{per } z \geq z_{w1} \end{cases}$$

Supponendo che la falda si abbassi ad un livello $z_{w2} > z_{w1}$, l'andamento delle tensioni totali, delle pressioni interstiziali e delle tensioni efficaci risulta così modificato (Figura 3.11 b):

$$\begin{cases} \sigma_{v2} = \gamma \cdot z & \text{per } z < z_{w2} \\ \sigma_{v2} = \gamma_{\text{sat}} \cdot (z - z_{w2}) + \gamma \cdot z_{w2} & \text{per } z \geq z_{w2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_2 = 0 & \text{per } z < z_{w2} \\ u_2 = \gamma_w \cdot (z - z_{w2}) & \text{per } z \geq z_{w2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma'_{v2} = \gamma \cdot z & \text{per } z < z_{w2} \\ \sigma'_{v2} = \gamma'(z - z_{w2}) + \gamma \cdot z_{w2} & \text{per } z \geq z_{w2} \end{cases}$$

Supponendo che il peso di volume del terreno sopra falda sia lo stesso per le due condizioni esaminate, la variazione corrispondente delle pressioni totali efficaci e interstiziali è data da:

$$\begin{cases} \Delta\sigma_v = \sigma_{v2} - \sigma_{v1} = 0 & \text{per } z < z_{w1} \\ \Delta\sigma_v = \sigma_{v2} - \sigma_{v1} = (\gamma_{\text{sat}} - \gamma) \cdot (z_{w1} - z) & \text{per } z_{w1} < z < z_{w2} \\ \Delta\sigma_v = \sigma_{v2} - \sigma_{v1} = (\gamma_{\text{sat}} - \gamma) \cdot (z_{w1} - z_{w2}) & \text{per } z \geq z_{w2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta u = u_2 - u_1 = 0 & \text{per } z < z_{w1} \\ \Delta u = u_2 - u_1 = \gamma_w \cdot (z_{w1} - z) & \text{per } z_{w1} < z < z_{w2} \\ \Delta u = u_2 - u_1 = \gamma_w \cdot (z_{w1} - z_{w2}) & \text{per } z \geq z_{w2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\sigma'_v = \sigma'_{v2} - \sigma'_{v1} = 0 & \text{per } z < z_{w1} \\ \Delta\sigma'_v = \sigma'_{v2} - \sigma'_{v1} = -(\gamma - \gamma') \cdot (z_{w1} - z) & \text{per } z_{w1} < z < z_{w2} \\ \Delta\sigma'_v = \sigma'_{v2} - \sigma'_{v1} = (\gamma - \gamma') \cdot (z_{w2} - z_{w1}) & \text{per } z \geq z_{w2} \end{cases}$$

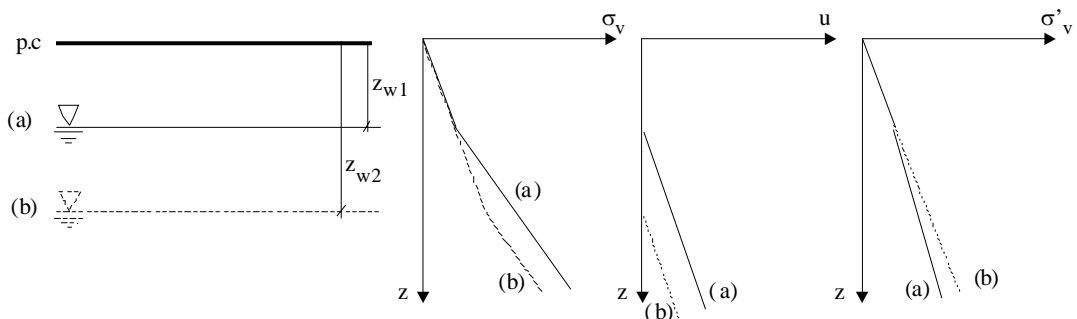


Figura 3.11 – Effetto dell'abbassamento della falda, al di sotto del piano di campagna, sulle tensioni efficaci

Dalle relazioni precedenti si osserva che, essendo $z_{w2} > z_{w1}$ e $\gamma_{sat} > \gamma > \gamma'$, le tensioni totali e le pressioni interstiziali, tranne che nello strato al di sopra del livello di falda iniziale dove rimangono invariate, diminuiscono. La variazione, di entità differente nei due casi, è costante con la profondità al di sotto del livello finale della falda. Le tensioni efficaci, invece, al di sotto del livello di falda iniziale, aumentano provocando nel terreno un incremento della resistenza al taglio ed una compressione che ne determina un cedimento.

b) Supponiamo ora che la variazione del livello di falda avvenga al di sopra del piano di campagna (Figura 3.12), cioè che la falda si abbassi da una quota h_1 rispetto al piano di campagna ad una quota $h_2 < h_1$, mantenendosi sempre al disopra del piano di campagna.

L'andamento delle tensioni totali, efficaci e delle pressioni interstiziali all'interno del deposito, prima (Figura 3.12a) e dopo l'abbassamento (Figura 3.12b), risulta il seguente:

$$\sigma_{v1} = \gamma_{sat} \cdot z + \gamma_w \cdot h_1$$

$$u_1 = \gamma_w \cdot (z + h_1)$$

$$\sigma'_{v1} = \gamma'z$$

$$\sigma_{v2} = \gamma_{sat} \cdot z + \gamma_w \cdot h_2$$

$$u_2 = \gamma_w \cdot (z + h_2)$$

$$\sigma'_{v2} = \gamma'z$$

Quindi la variazione corrispondente delle pressioni totali efficaci e interstiziali è pari a :

$$\Delta\sigma_v = \sigma_{v2} - \sigma_{v1} = \gamma_w \cdot (h_2 - h_1)$$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \gamma_w \cdot (h_2 - h_1)$$

$$\Delta\sigma'_v = \sigma'_{v2} - \sigma'_{v1} = 0$$

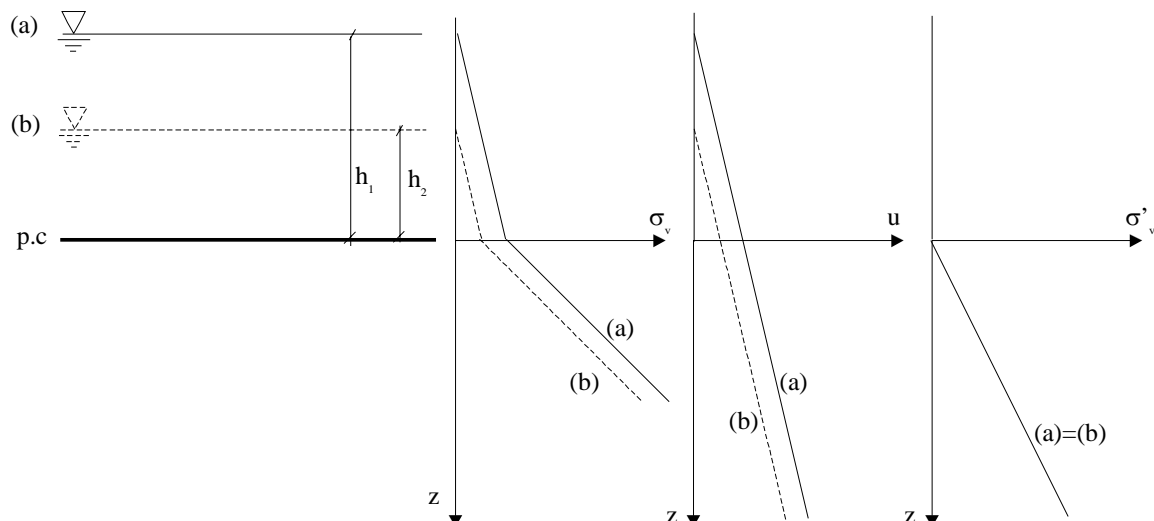


Figura 3.12 – Effetto dell'abbassamento della falda, al di sopra del piano di campagna, sulle tensioni efficaci

Da cui si osserva che la diminuzione delle tensioni totali è sempre uguale alla variazione delle pressioni interstiziali e, a parte il primo tratto compreso tra la quota iniziale e finale della falda dove cresce linearmente con la profondità, è sempre costante. Conseguentemente la variazione delle tensioni efficaci è sempre nulla, ciò significa che l'abbassamento della falda in questo caso provoca una diminuzione delle tensioni totali che si scarica interamente sul campo fluido e non modifica il regime delle tensioni efficaci e quindi la resistenza al taglio del terreno.

CAPITOLO 4

IDRAULICA DEI TERRENI

Nell'affrontare la maggior parte dei problemi di Ingegneria Geotecnica non si può prescindere dalla presenza dell'acqua nel terreno.

L'acqua che viene direttamente a contatto con la superficie del terreno, o raccolta da fiumi e laghi, tende ad infiltrarsi nel sottosuolo per effetto della gravità e, se si eccettua una percentuale trascurabile che si accumula all'interno di cavità sotterranee, la maggior parte di essa va a riempire, parzialmente o completamente, i vuoti presenti nel terreno e le fessure degli ammassi rocciosi.

In particolare, nel caso di depositi di terreno, si possono distinguere, al variare della profondità, zone a differente grado di saturazione e in cui l'acqua presente nei vuoti si trova in condizioni diverse. Partendo dalla superficie del piano campagna e procedendo verso il basso, si possono generalmente individuare (Figura 4.1).

- un primo strato superficiale di suolo vegetale, detto *di evapotraspirazione*, dove l'acqua di infiltrazione viene parzialmente ritenuta, ma in prevalenza assorbita dalle radici della vegetazione;
- un secondo strato, detto *di ritenzione*, in cui l'acqua presente è costituita principalmente da una parte significativa dell'acqua di infiltrazione che rimane aderente ai grani ed è praticamente immobile ed è detta *acqua di ritenzione*, che comprende l'*acqua adsorbita* e l'*acqua pellicolare* (Figura 1.7).
- un terzo strato, denominato strato *della frangia capillare*, caratterizzato prevalentemente dalla presenza di acqua capillare, quella che, per effetto delle tensioni superficiali, rimane "sospesa" all'interno dei vuoti, vincendo la forza di gravità.

Al di sotto di queste tre zone, che insieme costituiscono la cosiddetta *zona vadosa*, si trova la *zona di falda* (o acquifero).

Il grado di saturazione delle diverse zone dipende principalmente dalle caratteristiche granulometriche e fisiche del deposito, da fattori climatici e ambientali. Fatta eccezione per alcune categorie molto particolari di materiali, i vuoti presenti nel terreno sono comunicanti tra loro e costituiscono un reticolo continuo, cosicché, generalmente, la zona di falda è completamente satura; la zona vadosa è satura in prossimità della falda per spessori variabili da pochi centimetri per le ghiaie a decine di metri per le argille e generalmente ha un grado di saturazione decrescente salendo verso il piano campagna. La pressione dell'acqua nella zona vadosa è inferiore a quella atmosferica (per cui la pressione interstiziale risulta negativa avendo assunto convenzionalmente, come ricordato nel capitolo 3, la pressione atmosferica uguale a zero).

Inoltre, in relazione alla loro permeabilità i diversi tipi di terreno possono consentire più o meno agevolmente il flusso dell'acqua, perciò la presenza di strati a differente permeabilità può determinare nel sottosuolo la presenza di diversi tipi di falda. In particolare, si possono individuare (Figura 4.2) le tre condizioni di:

- *falda freatica*

- *falda sospesa*
- *falda artesian*

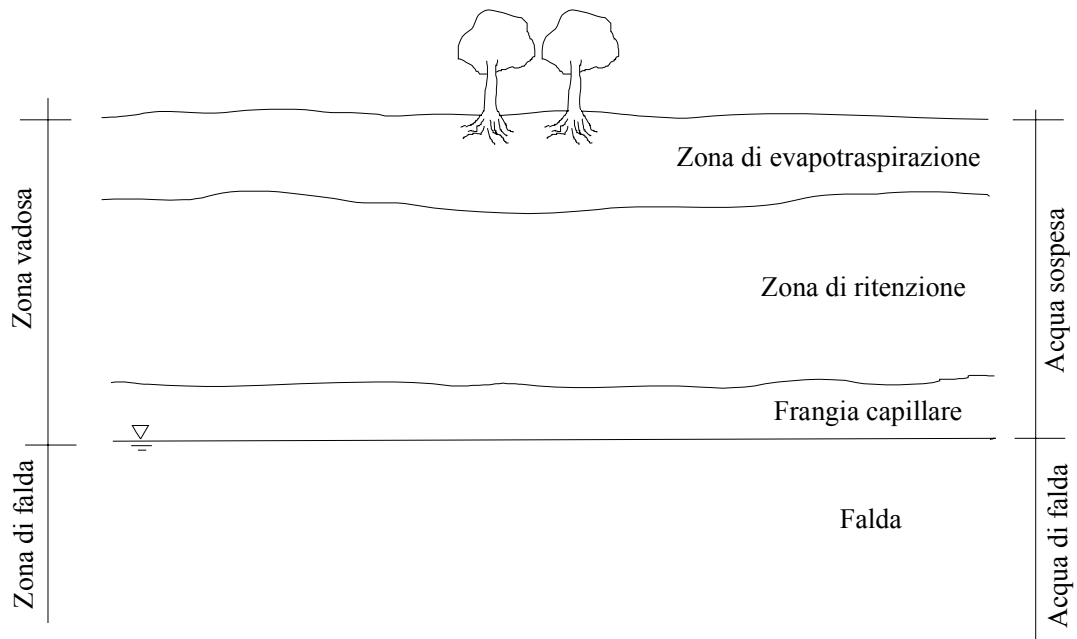


Figura 4.1 – Zone a differente grado di saturazione in un deposito di terreno

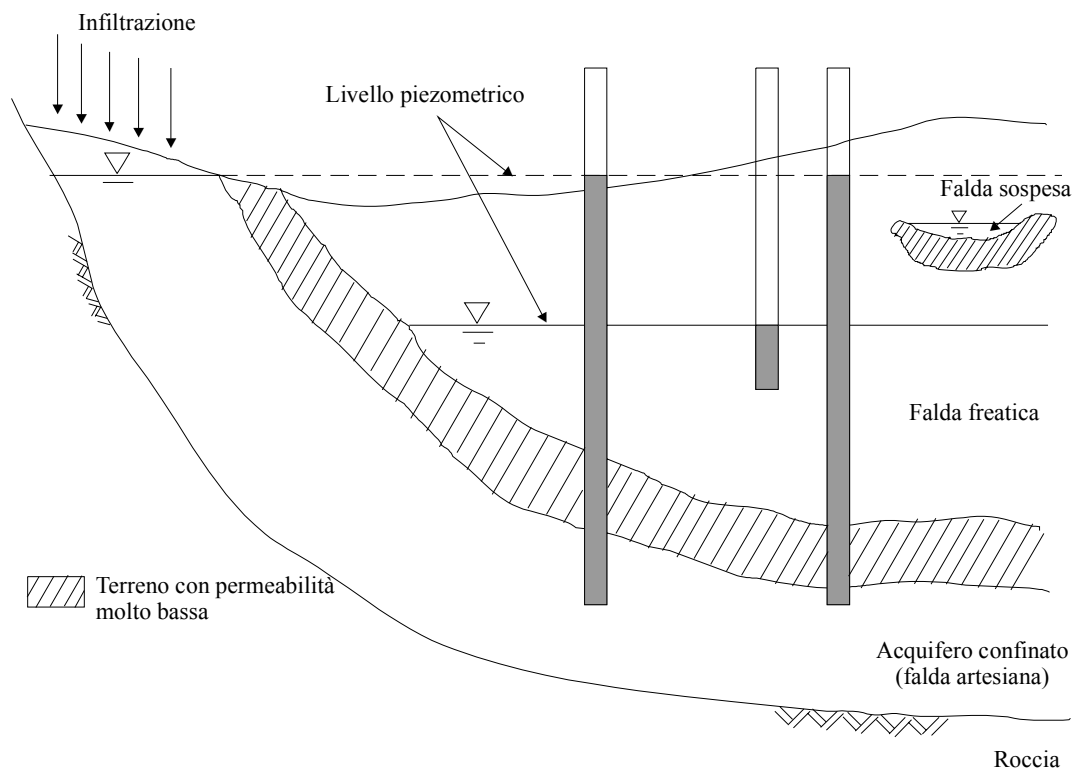


Figura 4.2 – Differenti tipi di falda in un deposito di terreno

La falda freatica è delimitata inferiormente da uno strato che non permette il flusso dell'acqua (o comunque in quantità e velocità trascurabili) ed è delimitata superiormente da una superficie, detta **superficie freatica**, in corrispondenza della quale l'acqua si trova a pressione atmosferica, come si trovasse in un serbatoio aperto.

Immaginando di inserire un tubo verticale aperto alle estremità (piezometro) all'interno di una falda freatica, ovvero di perforare un pozzo, si osserva che il livello statico raggiunto dall'acqua nel tubo (detto **livello piezometrico**) è uguale a quello della superficie freatica.

Analoghe considerazioni possono essere fatte riguardo alla falda sospesa, che rispetto alla precedente, risulta delimitata inferiormente da uno strato di estensione molto più limitata.

Si ha una falda artesianiana quando l'acqua di una falda freatica viene incanalata tra due strati impermeabili. In questo caso l'acqua racchiusa nello strato permeabile (che ne permette agevolmente il flusso) si comporta come se si trovasse entro una tubazione in pressione, ossia ha una pressione maggiore di quella atmosferica. Immaginando di inserire un piezometro fino a raggiungere la falda artesianiana, si osserva un livello piezometrico maggiore di quello della superficie che delimita superiormente la falda.

In generale, l'acqua presente nel terreno può trovarsi in condizioni di quiete o di moto, sia allo stato naturale sia in seguito a perturbazioni del suo stato di equilibrio.

Nel caso in cui si trovi in condizioni di moto, il flusso può essere **stazionario** (o permanente) oppure **non stazionario** (o vario), a seconda che i parametri del moto risultino costanti o variabili nel tempo.

Nel moto stazionario la quantità di acqua che entra in un elemento di terreno è pari alla quantità di acqua che esce dallo stesso elemento (**filtrazione in regime permanente**). Nel moto vario la quantità di acqua entrante in un elemento di terreno è diversa da quella uscente (**filtrazione in regime vario**). Se il terreno è saturo, la differenza tra le due quantità può produrre il **fenomeno della consolidazione** (con riduzione dell'indice dei vuoti, o del **rigonfiamento**, con aumento dell'indice dei vuoti).

Il vettore che caratterizza il moto dell'acqua può essere scomposto in una o più direzioni nello spazio, definendo condizioni di flusso mono-, bi-, o tri-dimensionali. Generalmente, nella maggior parte dei casi pratici, si fa riferimento ai primi due tipi.

4.1 Carico totale e piezometrico: il gradiente idraulico

I moti di filtrazione di un fluido avvengono tra due punti a diversa energia (da quello a energia maggiore a quello a energia minore). In ciascun punto, l'energia è data dalla somma dell'energia cinetica (legata alla velocità del fluido) e dell'energia potenziale (legata alla posizione del punto nel campo gravitazionale e alla pressione del fluido).

Nello studio dei moti di filtrazione è conveniente esprimere l'energia, potenziale e cinetica, in termini di **carico**, o **altezza**, che corrisponde all'energia per unità di peso del liquido. In particolare, si definiscono:

- **altezza geometrica**, z , la distanza verticale del punto considerato da un piano orizzontale di riferimento arbitrario ($z = 0$),
- **altezza di pressione**, u/γ_w , l'altezza di risalita dell'acqua rispetto al punto considerato, per effetto della sua pressione, u

- **altezza di velocità**, $v^2/2g$, l'energia dovuta alla velocità, v , delle particelle del fluido (essendo g l'accelerazione di gravità).

La somma dei tre termini:

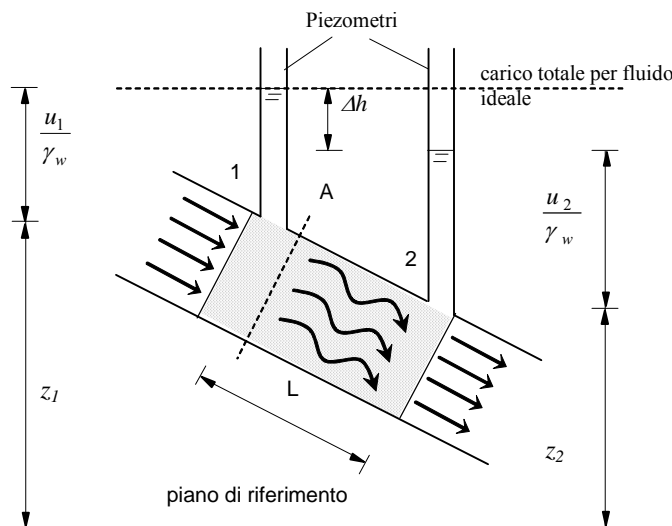
$$H = z + \frac{u}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g} \quad (\text{Eq. 4.1})$$

è denominata **carico effettivo** (o **totale**) o **altezza totale**, mentre il binomio:

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w} \quad (\text{Eq. 4.2})$$

è detto **carico piezometrico**.

In virtù del teorema di Bernoulli, si ha che per un fluido perfetto, incompressibile, in moto permanente, soggetto solo all'azione di gravità, il carico totale è costante lungo una data



traiettoria. Se, con riferimento allo schema di Figura 4.3 viene inserito un campione di terreno, dotato di sufficiente permeabilità, all'interno del tubo di flusso nella zona controllata dai due piezometri, si osserva che in essi l'acqua risale a quote diverse; ciò significa che tra i due punti di osservazione si è avuta una perdita di carico nel termine $h = z + u/\gamma_w$. Potendo ritenere trascurabili le perdite di carico dovute al flusso dell'acqua in assenza di terreno e osservando che per il principio di conservazione della massa la velocità media nelle varie sezioni della condotta deve essere costante, la diffe-

Figura 4.3 – Perdita di carico in condizioni di flusso monodimensionale in un campione di terreno

renza di altezza d'acqua nei due piezometri, Δh , è perciò una misura della perdita di energia totale dovuta al flusso dell'acqua nel terreno, ossia dell'energia spesa dall'acqua per vincere la resistenza al moto opposta dal terreno compreso tra i due punti considerati. Inoltre, poiché nei terreni la velocità di flusso, e quindi l'altezza di velocità, è generalmente trascurabile, il carico piezometrico può essere ritenuto rappresentativo dell'energia totale nel punto considerato.

Con riferimento ai simboli di Figura 4.3, si definisce **gradiente idraulico** il rapporto:

$$i = \frac{\Delta h}{L} \quad (\text{Eq. 4.3})$$

che rappresenta la perdita di carico per unità di lunghezza del percorso.

4.2 Legge di Darcy

Poiché il moto di filtrazione fra due generici punti è governato solo dalla differenza di carico, può essere utile identificare un legame tra le caratteristiche del moto (in particolare la velocità), le proprietà del terreno e la perdita di carico.

Darcy, studiando il flusso monodimensionale dell'acqua attraverso strati orizzontali di sabbia (in condizioni di moto laminare), osservò che la portata per unità di superficie è direttamente proporzionale alla perdita di carico e inversamente proporzionale alla lunghezza del percorso considerato. In sostanza, con riferimento alla Figura 4.3, tra la portata per unità di superficie, Q/A , che può essere definita **velocità apparente** (nominale) **di filtrazione**, v , la perdita di carico, Δh , e la lunghezza L , vale la relazione:

$$\frac{Q}{A} = v = k \cdot \frac{\Delta h}{L} = k \cdot i \quad (\text{Eq. 4.4})$$

nota come **Legge di Darcy**, nella quale k è detto **coefficiente di permeabilità**.

In termini vettoriali, in condizioni di flusso bi-, e tri-dimensionali:

$$\vec{v} = -k \cdot \nabla \vec{h} = -k \cdot \text{div} \vec{h} \quad (\text{Eq. 4.5})$$

$h = \text{carico idraulico}$

Considerando che la permeabilità è in generale una caratteristica anisotropa per i terreni naturali, la (4.5) diventa:

$$\begin{aligned} v_x &= -k_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = -k_x \cdot i_x \\ v_y &= -k_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} = -k_y \cdot i_y \\ v_z &= -k_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z} = -k_z \cdot i_z \end{aligned} \quad (\text{Eq. 4.6})$$

Nelle relazioni precedenti, v è una **velocità apparente**, perché la **velocità reale**, v_r , dell'acqua nei pori è maggiore, in quanto, come evidenzia la Figura 4.4a, l'area della sezione attraversata effettivamente dall'acqua (area dei vuoti, A_v) è minore dell'area della sezione A . Quindi se Q è la portata misurata, essa può essere espressa come

$$Q = v \cdot A = v_r \cdot A_v \quad \text{da cui, osservando che } \frac{v}{v_r} = \frac{A_v}{A} = n, \text{ segue:}$$

$$v = n \cdot v_r \quad (\text{Eq. 4.7})$$

È opportuno inoltre osservare che anche il percorso di filtrazione finora considerato, pari alla lunghezza L del campione (Figura 4.3), è in realtà apparente, essendo quello reale sicuramente maggiore, come mostrato in Figura 4.4b.

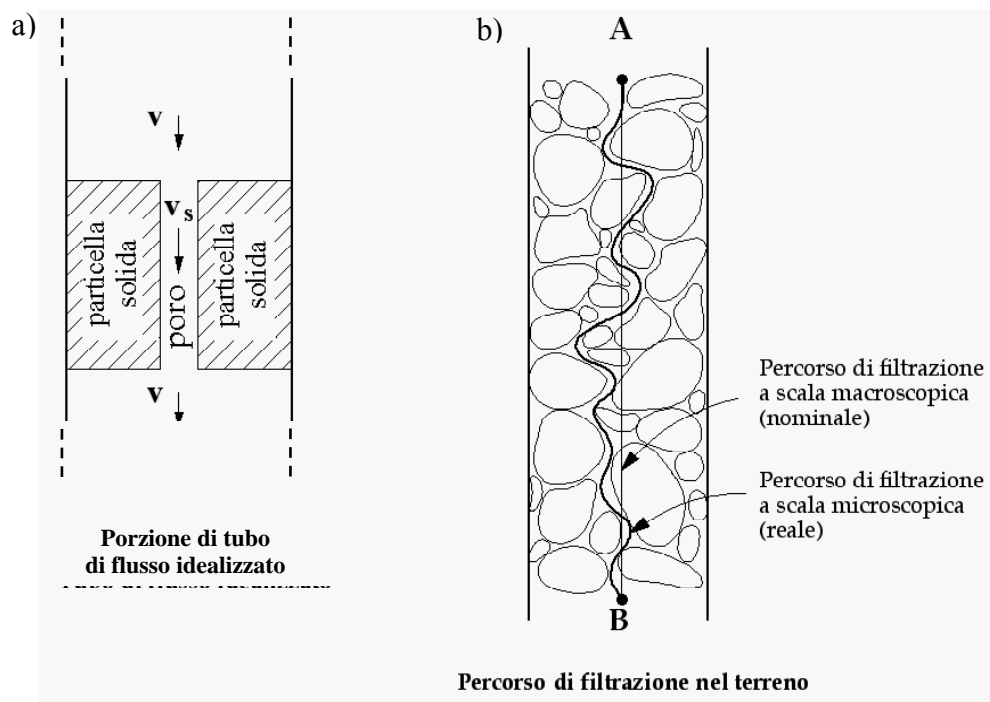


Figura 4.4 – Velocità (a) e percorso di filtrazione (b) reali ed apparenti

4.3 Coefficiente di permeabilità

Il coefficiente di permeabilità ha le dimensioni di una velocità. Esso è legato alla resistenza viscosa e frizionale alla filtrazione di un fluido in un mezzo poroso e dipende dalle proprietà del fluido (densità e viscosità) e dalle caratteristiche del mezzo poroso (**permeabilità intrinseca**). Limitandoci a considerare come fluido intestiziale l'acqua, e poiché la densità e la viscosità di un fluido sono legate principalmente alla temperatura, che nel terreno, salvo gli strati più superficiali o alcune situazioni particolari, varia abbastanza poco, si assume il coefficiente di permeabilità dipendente solo dalle caratteristiche del terreno.

Il campo di variazione del coefficiente di permeabilità dei terreni è enormemente grande, come mostra la Tabella 4.1.

Per i terreni a grana grossa, le cui particelle sono approssimativamente di forma sferica, il coefficiente di permeabilità è influenzato prevalentemente dalla granulometria e dall'indice dei vuoti, che determinano la dimensione dei canali di flusso (diminuisce all'aumentare del contenuto di fine e al diminuire dell'indice dei vuoti).

Per i terreni a grana fine sono invece fondamentali la composizione mineralogica e la struttura, perché questi parametri determinano il tipo di interazione elettrochimica che si stabilisce tra particelle di terreno e molecole d'acqua (ad esempio la permeabilità della caolinite è circa 100 volte maggiore di quella della montmorillonite).

Anche il grado di saturazione influenza sensibilmente la permeabilità; in particolare, sebbene non si possa stabilire una relazione univoca tra le due grandezze, si può osservare che la permeabilità cresce al crescere del grado di saturazione (Figura 4.5).

Tabella 4.1. Valori tipici del coefficiente di permeabilità dei terreni

TIPO DI TERRENO	k (m/s)
Ghiaia pulita	$10^{-2} - 1$
Sabbia pulita, sabbia e ghiaia	$10^{-5} - 10^{-2}$
Sabbia molto fine	$10^{-6} - 10^{-4}$
Limo e sabbia argillosa	$10^{-9} - 10^{-5}$
Limo	$10^{-8} - 10^{-6}$
Argilla omogenea sotto falda	$< 10^{-9}$
Argilla sovraconsolidata fessurata	$10^{-8} - 10^{-4}$
Roccia non fessurata	$10^{-12} - 10^{-10}$

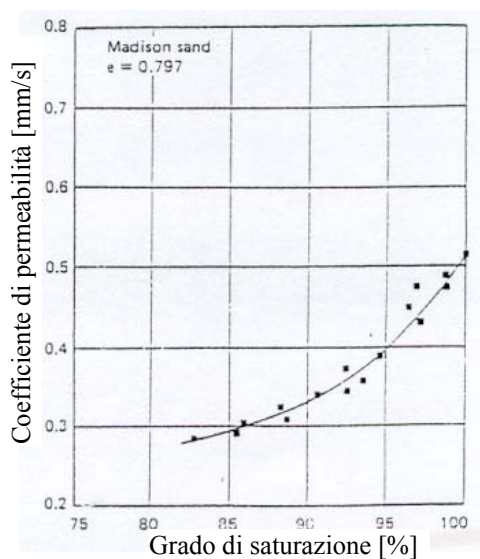


Figura 4.5 – Variazione del coefficiente di permeabilità col grado di saturazione per una sabbia

A grande scala la permeabilità di un deposito dipende anche dalle caratteristiche macrostrutturali del terreno (discontinuità, fessurazioni), come evidenziato in Tabella 4.1 dal confronto tra i valori tipici di k di argille omogenee intatte e argille fessurate.

4.3.1 Permeabilità di depositi stratificati

Consideriamo un deposito di terreno costituito da n strati orizzontali saturi (Figura 4.6) e indichiamo con:

$k_{h1}, k_{h2}, \dots, k_{hn}$ i coefficienti di permeabilità in direzione orizzontale dei vari strati

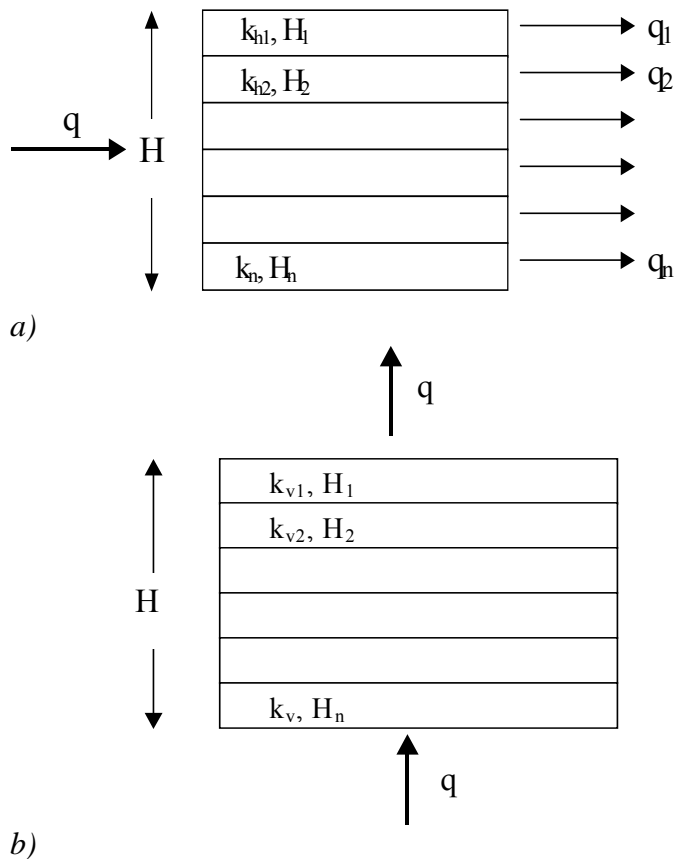
$k_{v1}, k_{v2}, \dots, k_{vn}$ i coefficienti di permeabilità in direzione verticale dei vari strati

H_1, H_2, \dots, H_n gli spessori corrispondenti

$H = \sum H_i$ lo spessore totale del deposito

k_H il coefficiente di permeabilità medio in direzione orizzontale

k_V il coefficiente di permeabilità medio in direzione verticale



Nel caso in cui il deposito sia interessato da un moto di filtrazione orizzontale (Figura 4.6a), cioè parallelo all'andamento degli strati (*filtrazione in parallelo*), si ha che il gradiente idraulico, i , è lo stesso per tutti gli strati. Se si assume valida la legge di Darcy (4.4), la velocità di filtrazione per ogni strato, v_i , è proporzionale al rispettivo coefficiente di permeabilità, ossia:

$$v_1 = k_{h1} i, \quad v_2 = k_{h2} i, \\ v_n = k_{hn} i$$

mentre la portata di filtrazione per ogni strato è pari al prodotto della velocità di filtrazione per il corrispondente spessore:

$$q_1 = v_1 H_1, \quad q_2 = v_2 H_2, \\ q_n = v_n H_n$$

Figura 4.6: Filtrazione parallela (a) e perpendicolare (b) ai piani di stratificazione

La portata di filtrazione totale, Q , data dalla somma delle portate dei singoli strati, è data anche dal prodotto della velocità media, v , per lo spessore totale del deposito:

$$Q = \sum q_i = v H \tag{Eq. 4.8}$$

dove, in accordo con la legge di Darcy, la velocità media di filtrazione, v , è il prodotto del coefficiente di permeabilità medio, k_H , per il gradiente idraulico, i , ovvero $v = k_H i$.

Sostituendo questa espressione nell'equazione (4.8) ed esplicitando i vari termini si ottiene infine l'espressione del coefficiente di permeabilità medio in direzione orizzontale:

$$k_H = \frac{v}{i} = \frac{\sum q_i}{H \cdot i} = \frac{\sum v_i \cdot H_i}{H \cdot i} = \frac{\sum k_{hi} \cdot H_i}{H} \tag{Eq. 4.9}$$

Se il moto di filtrazione avviene in direzione verticale (Figura 4.6b), ovvero ortogonale all'andamento degli strati si parla di *filtrazione in serie*. In questo caso, per il principio di conservazione della massa, se il fluido è incompressibile, la portata che attraversa ciascuno strato è la stessa, quindi, essendo uguale anche l'area attraversata, è la stessa la velocità di filtrazione, $v = k_{v1} i_1 = k_{v2} i_2 = \dots = k_{vn} i_n$. In accordo con la legge di Darcy (4.4), la velocità di filtrazione v può essere espressa come il prodotto del coefficiente di perme-

abilità medio in direzione verticale, k_v , per il gradiente idraulico medio, i_m , dato dalla perdita di carico totale (h) diviso il percorso di filtrazione (H):

$$v = k_v i_m = k_v (h / H) \quad (\text{Eq. 4.10})$$

Ma la perdita di carico piezometrico, h , è la somma delle perdite di carico in ciascuno strato (pari al prodotto del gradiente idraulico per il relativo spessore) ovvero, esplicitando il gradiente idraulico di ciascuno strato:

$$h = \sum h_i = \sum H_i \cdot i_i = \sum H_i \cdot \frac{v}{k_{vi}} = v \cdot \sum \frac{H_i}{k_{vi}} \quad (\text{Eq. 4.11})$$

Sostituendo questa espressione nell'equazione (4.10) si ottiene infine l'espressione del coefficiente di permeabilità medio in direzione verticale:

$$k_v = \frac{H}{\sum \frac{H_i}{k_{vi}}} \quad (\text{Eq. 4.12})$$

In presenza di terreni stratificati, il valore medio del coefficiente di permeabilità è fortemente condizionato dalla direzione del moto di filtrazione. Per filtrazione verticale (o più esattamente ortogonale alla giacitura degli strati) il valore medio è molto prossimo al valore minore, ovvero al coefficiente di permeabilità degli strati a grana fine, mentre per filtrazione orizzontale (o più esattamente parallela alla giacitura degli strati) il valore medio è molto prossimo al valore maggiore, ovvero al coefficiente di permeabilità degli strati a grana grossa.

4.4 Equazione generale del flusso in un mezzo poroso

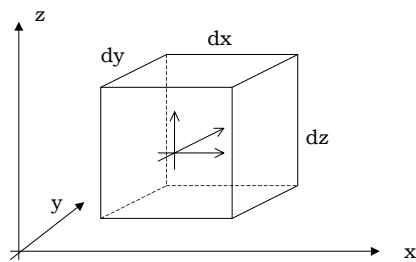


Figura 4.7: Flusso attraverso un elemento di terreno

Si consideri un elemento infinitesimo di terreno di dimensioni $dx \, dy \, dz$ (Figura 4.7), attraversato da un flusso d'acqua. Assumiamo per ipotesi che il fluido ed i grani di terreno siano incompressibili, e che pertanto i rispettivi pesi specifici siano costanti nel tempo ($\gamma_w = \text{cost}$, $\gamma_s = \text{cost}$).

Indicando con v_x la componente nella direzione dell'asse x del vettore \vec{v} , velocità apparente di filtrazione, la portata in peso d'acqua entrante nell'elemento in direzione x , q_{ex} , e quella uscente, q_{ux} , nella stessa direzione saranno rispettivamente:

$$\begin{aligned} q_{ex} &= \gamma_w \cdot v_x \cdot dy \cdot dz \\ q_{ux} &= \gamma_w \cdot \left(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dy \cdot dz \end{aligned} \quad (\text{Eq. 4.13})$$

Analoghe espressioni valgono per le direzioni y e z .

Indicando con P_w il peso dell'acqua contenuta nell'elemento di terreno, per la condizione di continuità la differenza tra la portata in peso d'acqua entrante e quella uscente dall'elemento di terreno sarà pari alla variazione del peso di acqua nell'unità di tempo.

In formula:

$$(q_{ex} + q_{ey} + q_{ez}) - (q_{ux} + q_{uy} + q_{uz}) = \frac{\partial P_w}{\partial t} \quad (\text{Eq. 4.14})$$

E combinando le l'Eq. 4.13 e 4.14:

$$-\gamma_w \cdot \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \frac{\partial P_w}{\partial t} \quad (\text{Eq. 4.15})$$

Introducendo la legge di Darcy (Eq. 4.6) nell'Eq. 4.15 si ottiene:

$$\gamma_w \cdot \left(\begin{array}{l} k_x \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial k_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + \\ + k_y \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial k_y}{\partial y} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} + \\ + k_z \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + \frac{\partial k_z}{\partial z} \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \end{array} \right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \frac{\partial P_w}{\partial t} \quad (\text{Eq. 4.16})$$

Se la permeabilità è costante lungo ciascuna delle tre direzioni, ovvero se è:

$$\frac{\partial k_x}{\partial x} = \frac{\partial k_y}{\partial y} = \frac{\partial k_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{Eq. 4.17})$$

l'Eq. 4.16 si semplifica nel modo seguente:

$$\gamma_w \cdot \left(k_x \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \frac{\partial P_w}{\partial t} \quad (\text{Eq. 4.18})$$

Per definizione di: contenuto in acqua, $w = P_w/P_s$, indice dei vuoti, $e = V_v/V_s$, e grado di saturazione, $S_r = V_w/V_v$, si può scrivere:

$$P_w = w \cdot P_s = \gamma_w \cdot V_w = \gamma_w \cdot V_v \cdot S_r = \gamma_w \cdot V_s \cdot e \cdot S_r \quad (\text{Eq. 4.19})$$

La derivata dell'Eq. 4.19 rispetto al tempo è¹:

$$\frac{\partial P_w}{\partial t} = \gamma_w \cdot V_s \cdot \left(e \cdot \frac{\partial S_r}{\partial t} + S_r \cdot \frac{\partial e}{\partial t} \right) \quad (\text{Eq. 4.20})$$

¹ V_s e γ_w sono indipendenti dal tempo.

poiché il volume totale dell'elemento di terreno è $V = dx \, dy \, dz$, per definizione di indice dei vuoti, $e = (V - V_s)/V_s$, e quindi $V_s = V/(1+e) = dx \, dy \, dz / (1+e)$, si può anche scrivere:

$$\frac{\partial P_w}{\partial t} = \frac{\gamma_w}{(1+e)} \cdot \left(e \cdot \frac{\partial S_r}{\partial t} + S_r \cdot \frac{\partial e}{\partial t} \right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (\text{Eq. 4.21})$$

Sostituendo l'Eq. 4.21 nell'Eq. 4.18, si ottiene l'**equazione generale di flusso**:

$$\left(k_x \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = \frac{1}{1+e} \cdot \left(e \cdot \frac{\partial S_r}{\partial t} + S_r \cdot \frac{\partial e}{\partial t} \right) \quad (\text{Eq. 4.22})$$

la quale si semplifica nei vari problemi di flusso secondo il seguente schema:

Filtrazione permanente	$e = \text{costante}$	$S_r = \text{costante}$
Consolidazione o rigonfiamento	$e = \text{variabile}$	$S_r = \text{costante}=1$
Drenaggio o imbibizione	$e = \text{costante}$	$S_r = \text{variabile}$
Deformabilità per non saturazione	$e = \text{variabile}$	$S_r = \text{variabile}$

Ulteriori semplificazioni si hanno nel caso di isotropia completa ($k_x = k_y = k_z = k$), e nel caso di flusso mono-direzionale o bi-direzionale.

4.4.1 Filtrazione permanente in un mezzo omogeneo, isotropo e incompressibile

Nel caso di filtrazione permanente ($e = \text{cost}$, $S_r = \text{cost.}$) in un mezzo omogeneo, idraulicamente isotropo ($k_x = k_y = k_z = k$) e incompressibile ($\gamma_w = \text{cost}$, $\gamma_s = \text{cost}$), l'equazione generale del flusso si semplifica nell'**equazione di Laplace**:

$$\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (\text{Eq. 4.23})$$

Nel caso bidimensionale di moto piano l'equazione di Laplace diviene:

$$\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (\text{Eq. 4.24})$$

La soluzione analitica dell'equazione di Laplace è sempre molto difficile. Attualmente si ricorre a soluzioni numeriche con i metodi delle differenze finite o degli elementi finiti, o alle più tradizionali e storiche soluzioni grafiche².

² In passato si ricorreva spesso a modelli idraulici e a modelli elettrici basati sull'analogia fra le leggi dell'idraulica dei terreni e le leggi dell'elettrotecnica.

Infatti, l'equazione di Laplace bidimensionale può essere rappresentata graficamente da due complessi di curve (le linee di flusso e le linee equipotenziali) che si tagliano ad angolo retto (**rete di filtrazione**):

Le **linee di flusso** sono i percorsi dei filetti liquidi nella sezione trasversale. Esistono infinite linee di flusso ma per disegnare la rete di filtrazione se ne sceglie un numero limitato. Lo spazio tra due linee di flusso successive viene chiamato **canale di flusso**. In ogni canale di flusso scorre una portata costante d'acqua Δq .

Le **linee equipotenziali** sono le linee di eguale energia potenziale, ovvero di eguale carico idraulico. Anche di linee equipotenziali ne esistono infinite, ma per disegnare la rete di filtrazione se ne sceglie un numero limitato. Quando l'acqua filtra attraverso i pori del terreno dissipa energia per attrito, e la distanza fra due linee equipotenziali successive indica in quanto spazio si è dissipata una quantità costante Δh del carico idraulico.

Le particelle d'acqua scorrono lungo le linee di flusso in direzione sempre perpendicolare alle linee equipotenziali. Pertanto le linee di flusso e le linee equipotenziali si intersecano ad angolo retto. Lo spazio (l'area) delimitata da due linee di flusso successive e da due linee equipotenziali successive è detta **campo**. Il campo è la maglia della rete di filtrazione (Figura 4.8).

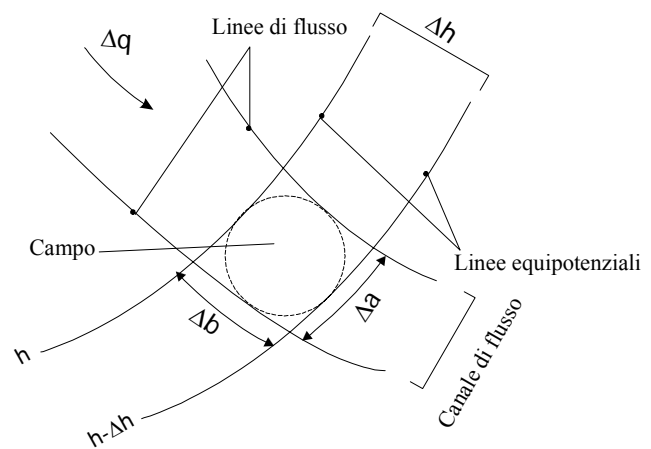


Figura 4.8. Definizione della rete di filtrazione

È conveniente costruire la rete di filtrazione (ovvero scegliere quali linee di flusso e quali linee equipotenziali rappresentare) in modo tale che:

- i canali di flusso abbiano eguale portata Δq ,
- la perdita di carico fra due linee equipotenziali successive Δh sia costante,
- i campi siano approssimativamente quadrati, ovvero che abbiano eguali dimensioni medie (graficamente significa che è possibile disegnare un cerchio interno al campo tangente a tutti e quattro i lati curvilinei).

Noto il carico idraulico totale dissipato, h , e scelto il numero N dei dislivelli di carico idraulico tra due linee equipotenziali successive $\Delta h = \frac{h}{N}$, dalla condizione che i campi siano approssimativamente quadrati, $\Delta a \cong \Delta b$, essendo Δa la distanza media fra le linee di flusso e Δb la distanza media fra le linee equipotenziali del campo, si ottiene il numero N_1 di canali di flusso.

Il gradiente idraulico in un campo è:

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta b} \quad (\text{Eq. 4.25})$$

la velocità di filtrazione è:

$$v = k \cdot i = k \cdot \frac{\Delta h}{\Delta b} = \frac{k \cdot h}{N \cdot \Delta b} \quad (\text{Eq. 4.26})$$

la portata di filtrazione, per ogni canale di flusso, è:

$$\Delta q = v \cdot \Delta a = \frac{k \cdot h \cdot \Delta a}{N \cdot \Delta b} \cong \frac{k \cdot h}{N} \quad (\text{Eq. 4.27})$$

e la portata totale è:

$$Q = N_1 \cdot \Delta q = k \cdot h \cdot \frac{N_1}{N} \quad (\text{Eq. 4.28})$$

Le condizioni al contorno, che permettono di tracciare alcune linee equipotenziali e di flusso, sono date da:

- le superfici impermeabili sono linee di flusso (ad esempio la superficie di uno strato di argilla, o la superficie verticale di un diaframma impermeabile, etc..),
- le superfici a contatto con l'acqua libera sono linee equipotenziali, poiché in tutti i loro punti vale la relazione: $h = z + u/\gamma_w = \text{cost}$.

4.4.2 Esempio di rete idrodinamica (caso di moto di filtrazione confinato)

A titolo di esempio si consideri il problema rappresentato in Figura 4.9a, dove un diaframma è stato infisso, per una lunghezza $L = 6.0$ m, in uno strato di terreno, di spessore $H = 8.6$ m e coefficiente di permeabilità $k = 5 \cdot 10^{-4}$ m/s, delimitato inferiormente da uno strato di terreno impermeabile. L'altezza di falda, rispetto al piano di campagna, è, a monte del diaframma, H_{w1} , di 4.5 m, mentre a valle, H_{w2} , è stata ridotta, mediante pompaggio, a 0.5 m.

Il primo passo per la costruzione della rete idrodinamica consiste nel definire le condizioni al contorno:

- le superfici AB e CD che delimitano il piano di campagna, sono, in quanto a contatto con l'acqua libera, equipotenziali;
- le superfici BE e CE che rappresentano rispettivamente il lato a monte ed il lato a valle del diaframma e la superficie FG, che delimita lo strato di terreno impermeabile, sono linee di flusso, in quanto impermeabili.

Poiché le condizioni al contorno della regione interessata dal flusso sono note a priori, si parla di moto confinato.

In genere si assume come quota di riferimento per il calcolo del carico piezometrico il livello di falda a valle, da cui risulta che il carico piezometrico è $h_1 = 0$ in corrispondenza della superficie equipotenziale CD (la quota geometrica è -0.5 m e l'altezza di pressione è

0.5 m), ed è $h_2 = 4$ m per la superficie AB (la quota geometrica è -0.5 m e l'altezza di pressione è 4.5 m).

Le linee di flusso saranno tutte comprese tra la superficie FG e la superficie BEC e possono essere tracciate seguendo la procedura suggerita da Casagrande, che consiste nei seguenti passi:

- 1) si traccia una prima linea di flusso di tentativo (HJ) da un punto della superficie equipotenziale a monte AB, vicino al diaframma, ad un punto della superficie equipotenziale a valle CD (Figura 4.9b); tale linea dovrà essere perpendicolare ad entrambe le superfici equipotenziali e passare attorno al punto E;
- 2) si disegnano le linee equipotenziali di tentativo tra le linee di flusso BEC e HJ, in modo da formare dei campi approssimativamente quadrati (Figura 4.8); qualora non si riesca ad ottenere un numero intero di quadrangoli tra BH e CJ la linea di flusso HJ può essere leggermente spostata;
- 3) viene tracciata la seconda linea di flusso di tentativo KL a partire da un punto della superficie equipotenziale AB più lontano dal diaframma rispetto al punto H, e prolungate le linee equipotenziali precedentemente disegnate, sempre in modo da individuare dei quadrangoli curvilinei;
- 4) si ripete la procedura descritta al punto 3) fino a raggiungere la linea di flusso di confine FG;
- 5) al primo tentativo generalmente l'ultima linea di

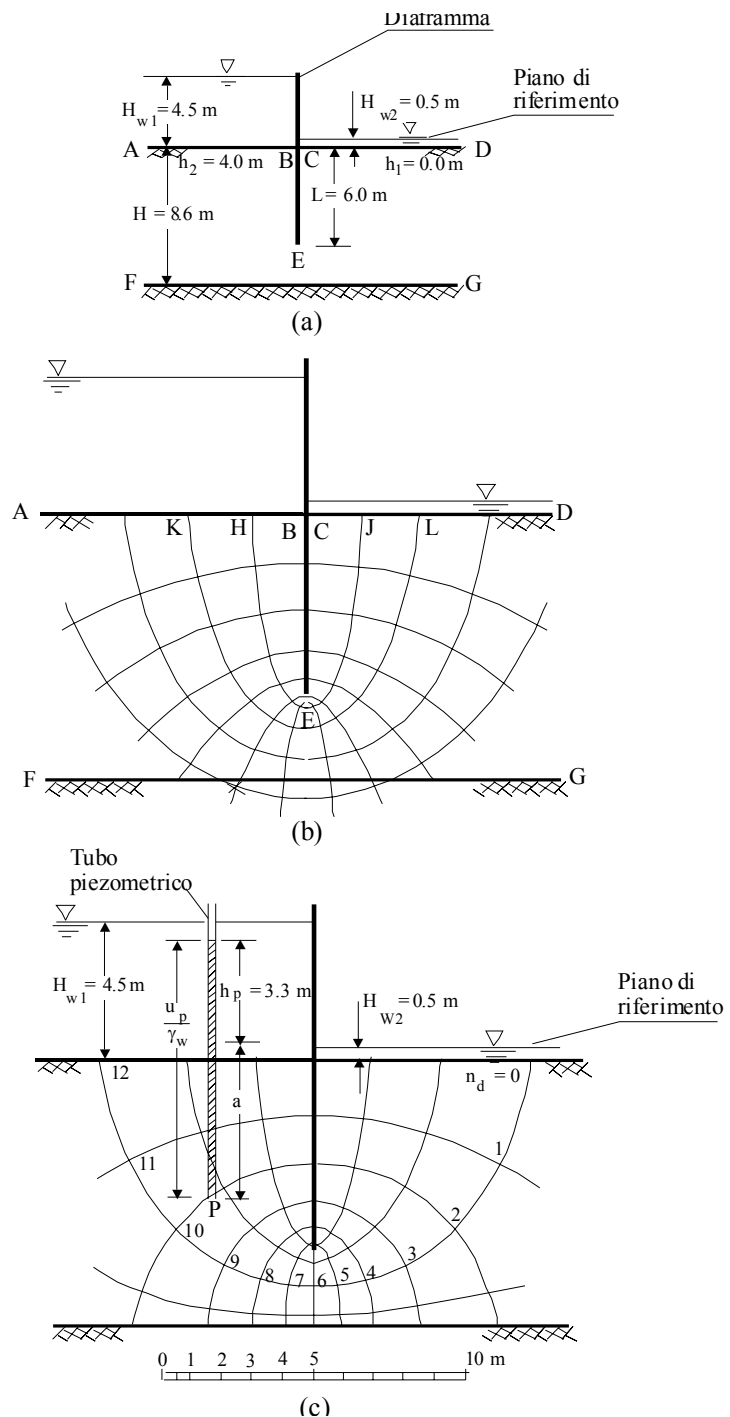


Figura 4.9 – Costruzione di una rete idrodinamica: a) sezione; b) tentativo di prova; c) rete finale

flusso tracciata interseca la superficie impermeabile FG e per eliminare tale incoerenza si itera la procedura descritta ai punti precedenti fino a che l'ultima linea di flusso tracciata ricada sopra la superficie FG (riducendo la dimensione dei quadrangoli), come mostrato in Figura 4.9c.

Le aree comprese tra l'ultima linea di flusso tracciata e la superficie impermeabile FG non sono quadrate (canale di flusso non completo) ma il rapporto tra la lunghezza e la larghezza deve essere all'incirca lo stesso per tutte le aree.

Per tracciare correttamente una rete idrodinamica con questa procedura è opportuno utilizzare un numero limitato di linee di flusso (generalmente 4 o 5 canali di flusso).

Nell'esempio riportato il numero di canali di flusso che è stato ottenuto è $N_1 = 4.3$ e il numero di campi delimitati dalle linee equipotenziali, N , è 12, con un rapporto $N_1/N = 0.36$ e una perdita di carico tra due linee equipotenziali successive pari a:

$$\Delta h = (h_2 - h_1)/N = 0.33 \text{ m.}$$

Numerate le linee equipotenziali da valle verso monte con l'indice n_d (che varia tra 0 e 12), il carico piezometrico corrispondente a ciascuna linee è pari a $n_d \Delta h$.

La portata di filtrazione per ogni canale di flusso è (Eq. 4.27):

$$\Delta q = k \Delta h = 1.65 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^3/\text{s)/m}$$

e la portata di filtrazione per unità di lunghezza del diaframma è pari a (Eq. 4.28):

$$q = N_1 \Delta q = 7.1 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^3/\text{s)/m.}$$

La rete idrodinamica permette di calcolare in ogni punto il carico piezometrico ed il gradiente idraulico. Ad esempio, con riferimento ad un generico punto P (Figura 4.9c), appartenente alla superficie equipotenziale indicata con $n_d = 10$ e ad una distanza $a = -z_p = 4.3\text{m}$, dal livello di falda a valle del diaframma, il corrispondente valore del carico piezometrico è

$$h_p = n_d \Delta h = 10 \cdot 0.33 = 3.3 \text{ m} = z_p + u_p/\gamma_w = -a + u_p/\gamma_w$$

da cui, posto $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$, si ricava il valore della pressione interstiziale:

$$u_p = \gamma_w (h_p - (-a)) = \gamma_w (h_p + a) = 10 (3.3 + 4.3) = 76 \text{ kPa}$$

Il gradiente idraulico nel campo è dato da (Eq.4.25):

$$i_p = \Delta h/\Delta b = 0.33/2 = 0.165$$

dove $\Delta b \cong 2$ è la distanza media tra le linee equipotenziali 10 e 11, e 10 e 9, ricavata graficamente in Figura 4.9c. Ovviamente tale valore, e con esso la velocità di filtrazione, varia tra un massimo corrispondente al campo di dimensione minima ed un minimo corrispondente al campo di dimensione massima.

4.4.3 Filtrazione al confine tra terreni a differente permeabilità

Quando il flusso d'acqua attraversa la superficie di separazione tra terreni a differente permeabilità, come avviene ad esempio nelle dighe in terra zonate, le linee di flusso deflettono, la larghezza dei tubi di flusso e la distanza fra le linee equipotenziali variano, e i campi, inizialmente quadrati, divengono rettangolari. Infatti la portata di ogni tubo di

flusso, $\Delta q = k \cdot i \cdot \Delta a = k \cdot \frac{\Delta h}{\Delta b} \cdot \Delta a$, deve restare costante. Se passando da un terreno ad un altro il coefficiente di permeabilità k diminuisce, il rapporto $\frac{\Delta a}{\Delta b}$ deve aumentare, ovvero deve crescere la larghezza del canale di flusso e diminuire la distanza fra due linee equipotenziali, e viceversa. La legge con cui si modificano le dimensioni dei campi è indicata in Figura 4.10.

4.4.4 Moto non confinato

Se tutte le condizioni al contorno in cui avviene il moto di filtrazione non sono note a priori, si parla di moto di filtrazione non confinato. In tal caso il problema è molto più complesso in quanto è necessario procedere contemporaneamente alla determinazione delle condizioni al contorno mancanti e alla risoluzione dell'equazione di Laplace. Situazioni di questo tipo si verificano ad esempio nello studio dei moti di filtrazione all'interno di argini fluviali o dei corpi di dighe in terra; in questi casi la superficie che delimita superiormente l'acqua in moto di filtrazione è a pressione atmosferica (coincide con la superficie freatica), la sua localizzazione non è nota e può essere determinata con costruzioni grafiche.

4.4.5 Terreni anisotropi

Quanto detto finora si riferisce a terreni con eguale coefficiente di permeabilità in tutte le direzioni (isotropi dal punto di vista della permeabilità). Spesso i terreni naturali ed anche i terreni messi in opera con costipamento sono anisotropi, ovvero hanno coefficiente di permeabilità diverso in direzione orizzontale e in direzione verticale. Per utilizzare le regole di costruzione grafica del reticolo idrodinamico sopra esposte occorre disegnare la sezione della struttura interessata dal moto di filtrazione in una scala orizzontale alterata,

moltiplicando le distanze orizzontali per la quantità: $\sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$. Poiché in genere è $k_h > k_v$ tale

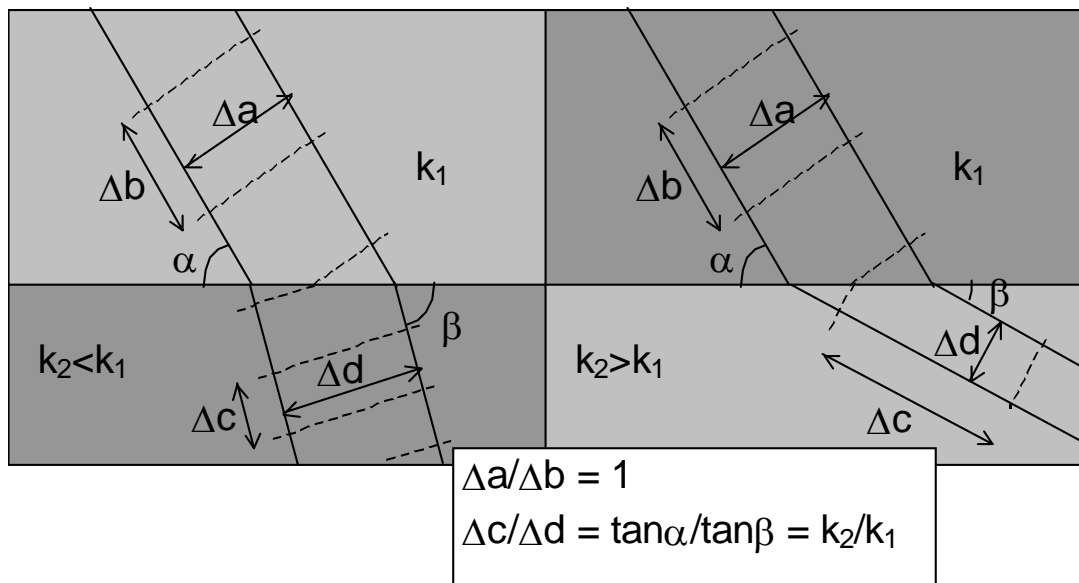


Figura 4.10: Filtrazione tra terreni a differente permeabilità

trasformazione produce una riduzione delle dimensioni orizzontali. Ad esempio, per $k_h=9k_v$, tutte le dimensioni orizzontali devono essere divise per 3. Una volta disegnata la rete idrodinamica, per calcolare la distribuzione delle pressioni interstiziali occorre riportare il disegno in scala naturale, ottenendo dei campi non più quadrati.

4.5 Determinazione della permeabilità mediante correlazioni

Per i terreni a grana grossa vengono talvolta impiegate relazioni empiriche che legano k ad alcuni parametri relativamente semplici da determinare. Esistono ad esempio grafici che legano il coefficiente di permeabilità al D_{50} , alla densità relativa, D_r , e al coefficiente di uniformità, U , (Figura 4.11) oppure formule, valide per sabbie sciolte, uniformi ($U \leq 5$), che forniscono k in funzione di qualche diametro significativo presente nella distribuzione granulometrica. Tra queste, una delle più usate è la formula di Hazen³:

$$k = C \cdot (D_{10})^2 \tag{Eq. 4.29}$$

dove C è una costante compresa tra 100 e 150 se k è espresso in cm/s e D_{10} in cm.

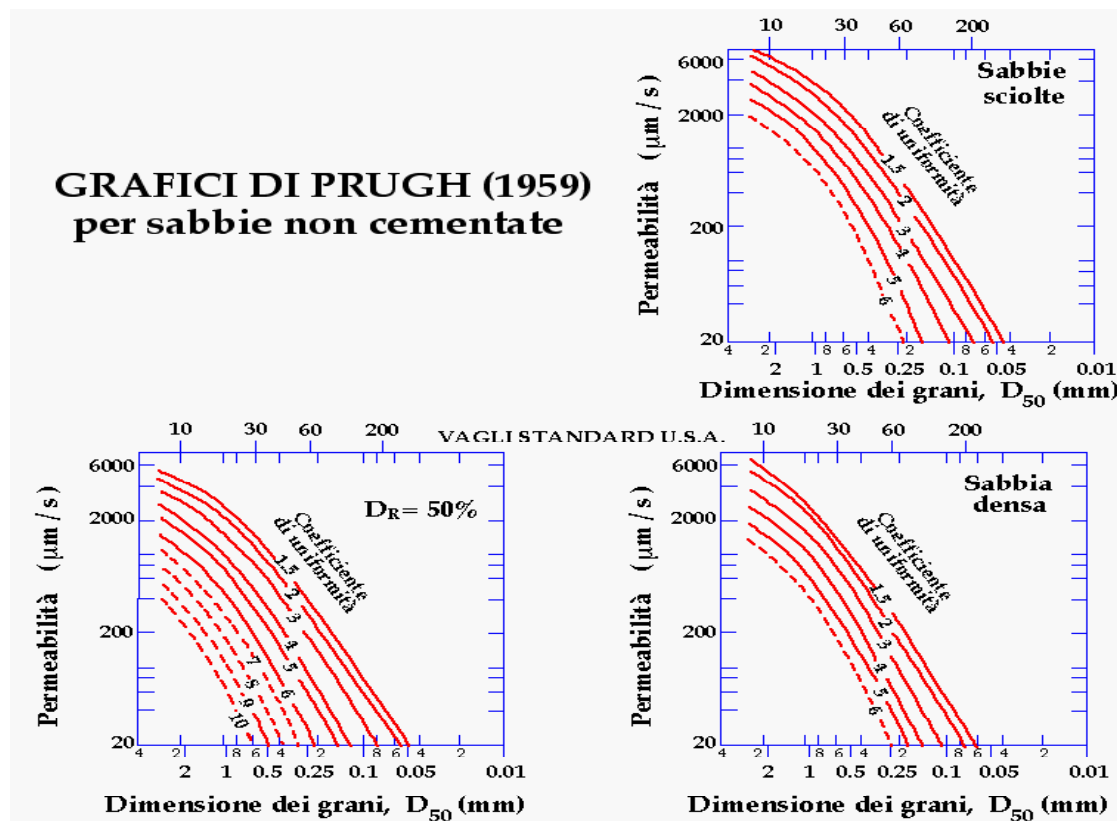


Figura 4.11 – Correlazione tra il coefficiente di permeabilità, k , la densità relativa, D_r e il coefficiente di uniformità, U (Prugh, 1959)

³ Si può giustificare l'equazione (4.29) osservando che la permeabilità di un terreno è influenzata maggiormente dalla frazione fine, che tende a riempire i vuoti, e quindi dal D_{10} .

La misura sperimentale della permeabilità di un terreno può essere invece effettuata sia in laboratorio che in sito; tuttavia, essendo la permeabilità un parametro fortemente influenzato anche dai caratteri macrostrutturali, per i terreni naturali le misure in sito risultano generalmente più significative e quindi preferibili, a meno che non si riesca a riprodurre fedelmente in laboratorio le condizioni esistenti in sito, mentre per i terreni utilizzati come materiale da costruzione sono significative anche le prove di laboratorio.

Inoltre, ogni metodo di misura ha un campo di applicazione ottimale all'interno di un certo range di variazione della permeabilità; di conseguenza il metodo di misura più opportuno deve essere scelto in relazione al tipo di terreno, come è evidenziato nella Tabella 4.2.

4.6 Determinazione della permeabilità in laboratorio

Per la misura del coefficiente di permeabilità in laboratorio vengono generalmente usati tre metodi:

- il permeametro a carico costante, per $k > 10^{-5}$ m/s
- il permeametro a carico variabile, per $10^{-8} < k < 10^{-5}$ m/s
- i risultati della prova edometrica (che verrà descritta dettagliatamente nel Capitolo 7), per $k < 10^{-8}$ m/s

4.6.1 Permeametro a carico costante

La prova con permeametro a carico costante è eseguita generalmente su campioni di terreno a grana grossa (ghiaie e sabbie pulite), compattati a diversi valori di densità relativa, in modo da ottenere una relazione tra la permeabilità e l'indice dei vuoti del terreno esaminato. La permeabilità in sito viene poi stimata a partire dal valore dell'indice dei vuoti ritenuto più rappresentativo del terreno naturale.

Lo schema del permeametro a carico costante è quello indicato in Figura 4.12. Per l'esecuzione della prova viene immessa acqua nel recipiente che contiene il terreno, mantenendo costante (realizzando degli sfioratori) la differenza di carico, h , esistente tra le estremità del campione, ossia il livello dell'acqua nei due recipienti.

La quantità di acqua raccolta in un certo intervallo di tempo, Δt , è pari a $C = Q \cdot \Delta t$, essendo Q la portata immessa.

Poiché il moto è stazionario, con velocità pari a v , risulta $C = v \cdot A \cdot \Delta t$. Supponendo inoltre valida la legge di Darcy (4.4) e che la perdita di carico si realizzi interamente all'interno del campione di terreno, si ha:

$$C = k \cdot i \cdot A \cdot \Delta t = k \cdot \frac{h}{L} \cdot A \cdot \Delta t \quad (\text{Eq. 4.30})$$

dove A è l'area della sezione trasversale del campione. Dall'equazione (4.30) si ricava il valore di:

$$k = \frac{C \cdot L}{h \cdot A \cdot \Delta t} \quad (\text{Eq. 4.31})$$

Tabella 4.2 – Condizioni di drenaggio, tipi di terreno e metodi per la determinazione della permeabilità

k (m/s)	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}	10^{-11}
GRADO DI PERMEABILITÀ	alto		medio			basso		molto basso		impermeabile		
DRENAGGIO	buono					povero			praticamente impermeabile			
TIPO DI TERRENO	ghiaia pulita		sabbia pulita e miscele di sabbia e ghiaia pulita			sabbia fine, limi organici e inorganici, miscele di sabbia, limo e argilla, depositi di argilla stratificati			terreni impermeabili argille omogenee sotto la zona alterata dagli agenti atmosferici			
MISURA DIRETTA DI K	Prova in foro di sondaggio (misura locale; delicata esecuzione)					Prova di pompaggio (delicata esecuzione; significativa)						
	Permeometro a carico costante (facile esecuzione)											
STIMA INDIRETTA DI K				Facile esecuzione significativa		Permeometro a carico variabile delicata esecuzione: non significativa			delicata esecuzione: molto poco significativa			
									Piezometro Pressiometro Piezocono (misura locale; delicata esecuzione)			
	Determinazione dalla curva granulometrica (solo per sabbie e ghiaie pulite)								Determinazione dai risultati della prova edometrica			

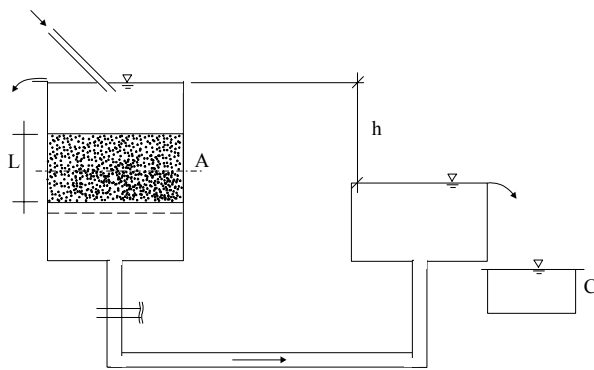


Figura 4.12 – Permeametro a carico costante

Generalmente si effettuano più determinazioni considerando differenze di carico h e intervalli di tempo Δt differenti per poi adottare un valore medio.

4.6.2 Permeametro a carico variabile

Se la permeabilità del terreno è presumibilmente inferiore a 10^{-5} m/s, la portata e quindi la quantità di acqua raccolta (almeno in tempi ragionevolmente brevi) è piccola ed è difficile misurarla accuratamente con una prova a carico costante.

Si eseguono in questo caso prove con permeametro a carico variabile, in cui la quantità di acqua che fluisce attraverso il campione è determinata attraverso la misura della riduzione dell'altezza di carico, Δh , in un tubo di piccolo diametro collegato al recipiente che contiene il campione (Figura 4.13).

Trascurando la compressibilità dell'acqua, si suppone che, per il principio di conservazione della massa, la quantità di acqua che scorre nel tubicino sia pari a quella che attraversa il campione.

Se il livello dell'acqua si abbassa di una quantità dh nel tempo dt , la quantità di acqua che scorre nel tubicino nel tempo dt è pari a $-a \cdot dh$ (il segno meno perché il livello dell'acqua diminuisce), uguale a quella che attraversa il campione $v \cdot A \cdot dt$.

Supponendo valida la legge di Darcy (4.4) e che la perdita di carico si realizzi interamente all'interno del campione di terreno, si ha:

$$k \cdot i \cdot A \cdot dt = -a \cdot dh$$

ovvero

$$k \cdot \frac{h}{L} \cdot A \cdot dt = -a \cdot dh$$

Separando le variabili e integrando si ottiene:

$$a \cdot \int_{h_1}^{h_0} \frac{1}{h} dh = k \cdot \frac{A}{L} \cdot \int_{t_0}^{t_1} dt$$

$$a \cdot \ln \frac{h_0}{h_1} = k \cdot \frac{A}{L} (t_1 - t_0)$$

da cui:

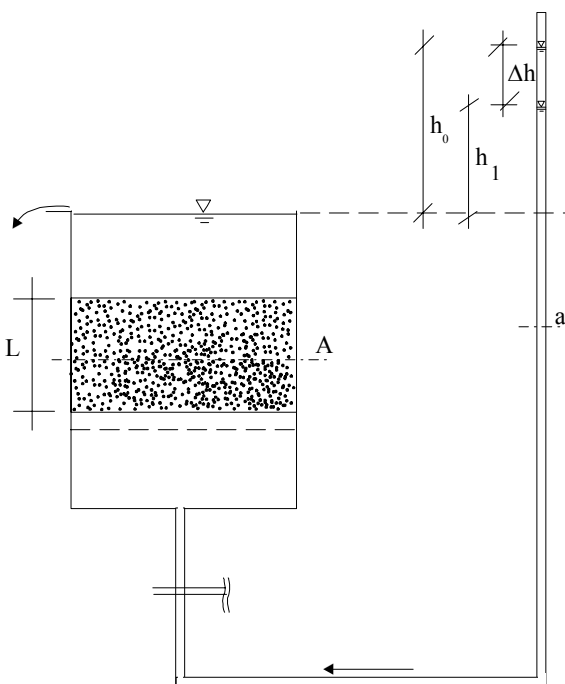


Figura 4.13 – Permeametro a carico variabile

$$k = \frac{a \cdot L}{A \cdot (t_1 - t_0)} \ln \frac{h_0}{h_1} = 2.3 \frac{a \cdot L}{A \cdot (t_1 - t_0)} \log_{10} \frac{h_0}{h_1} \quad (\text{Eq. 4.32})$$

Per quanto riguarda la determinazione di k a partire dai risultati della prova edometrica si rimanda al Capitolo 7, in cui viene descritta la prova e definito il coefficiente di permeabilità in funzione di uno dei parametri che si determinano mediante tale prova.

4.7 Determinazione della permeabilità in sito

Per la misura del coefficiente di permeabilità in sito si può ricorrere a tre tipi di prove:

- a) prove in pozzetto superficiale
- b) prove in foro di sondaggio
- c) prove di emungimento

4.7.1 Prove in pozzetto superficiale

Si tratta di prove speditive, di facile esecuzione, che, per contro, hanno un campo di utilizzo limitato, in quanto forniscono misure del coefficiente di permeabilità limitate agli strati più superficiali e si eseguono in genere su terreni che costituiscono opere di terra durante la loro costruzione, aventi permeabilità maggiori di 10^{-6} m/s, e posti sopra falda.

Il pozzetto è uno scavo di forma circolare o quadrata. La dimensione della sezione in pianta è legata al diametro massimo presente nella granulometria; in particolare il diametro, d , (o il lato, b) del pozzetto deve risultare maggiore di 10÷15 volte il diametro massimo presente nella granulometria.

La distanza del fondo del pozzetto dalla falda, H , deve essere pari ad almeno 7 volte l'altezza media (h_m o h) dell'acqua nel pozzetto durante la prova, che a sua volta deve risultare maggiore di $d/4$, per pozzetto circolare (o $b/4$, per pozzetto a base quadrata).

Lo schema della prova è rappresentato in Figura 4.14.

Esistono due tipi di prova:

- a carico costante
- a carico variabile

Nel primo caso viene immessa nel pozzetto una portata d'acqua costante q , tale che a regime il livello d'acqua sia costante; nel secondo caso, dopo avere riempito il pozzetto, viene registrato l'abbassamento del livello dell'acqua nel tempo.

In relazione alla forma del pozzetto e al tipo di prova, vengono impiegate formule semi-empiriche, valide nell'ipotesi di terreno omogeneo e isotropo, con $k > 10^{-6}$ m/s.

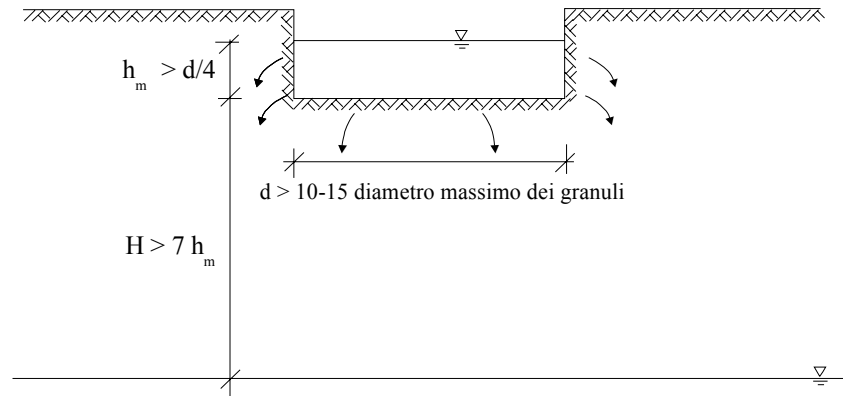


Figura 4.14 – Schema della prova in pozzetto superficiale

In particolare, nel caso di pozzetto circolare valgono le seguenti relazioni:

$$k = \frac{q}{d \cdot h_m} \cdot \frac{1}{\pi} \quad \text{per prova a carico costante} \quad (\text{Eq. 4.33})$$

$$k = \frac{d}{32} \cdot \frac{h_1 - h_2}{t_2 - t_1} \cdot \frac{1}{h_m} \quad \text{per prova a carico variabile} \quad (\text{Eq. 4.34})$$

mentre nel caso di pozzetto a base quadrata:

$$k = \frac{q}{b^2} \cdot \frac{1}{27 \cdot \frac{h_m}{b} + 3} \quad \text{per prova a carico costante} \quad (\text{Eq. 4.35})$$

$$k = \frac{h_1 - h_2}{t_2 - t_1} \cdot \frac{1 + 2 \cdot \frac{h_m}{b}}{27 \cdot \frac{h_m}{b} + 3} \quad \text{per prova a carico variabile} \quad (\text{Eq. 4.36})$$

Nelle Equazioni da (4.33) a (4.36), h_1 e h_2 sono le altezze dell'acqua nel pozzetto rispettivamente agli istanti t_1 e t_2 , e $h_m = (h_1 + h_2)/2$ è l'altezza media.

4.7.2 Prove in foro di sondaggio

Le prove in foro di sondaggio possono essere eseguite a varie profondità durante la perforazione, oppure a fine foro, sul tratto terminale e forniscono generalmente un valore puntuale della permeabilità, limitatamente alla verticale esplorata e alle profondità considerate. Le pareti del foro devono essere rivestite con una tubazione fino alla profondità a cui si vuole effettuare la misura di permeabilità (Figura 4.15a). Nei terreni che tendono a franare o a rifluire il tratto di prova viene riempito di materiale filtrante e isolato mediante un tampone impermeabile (Figura 4.15b). Il filtro deve avere una granulometria opportuna, in modo da non influenzare il flusso all'interno del materiale di cui si vuole determinare la permeabilità.

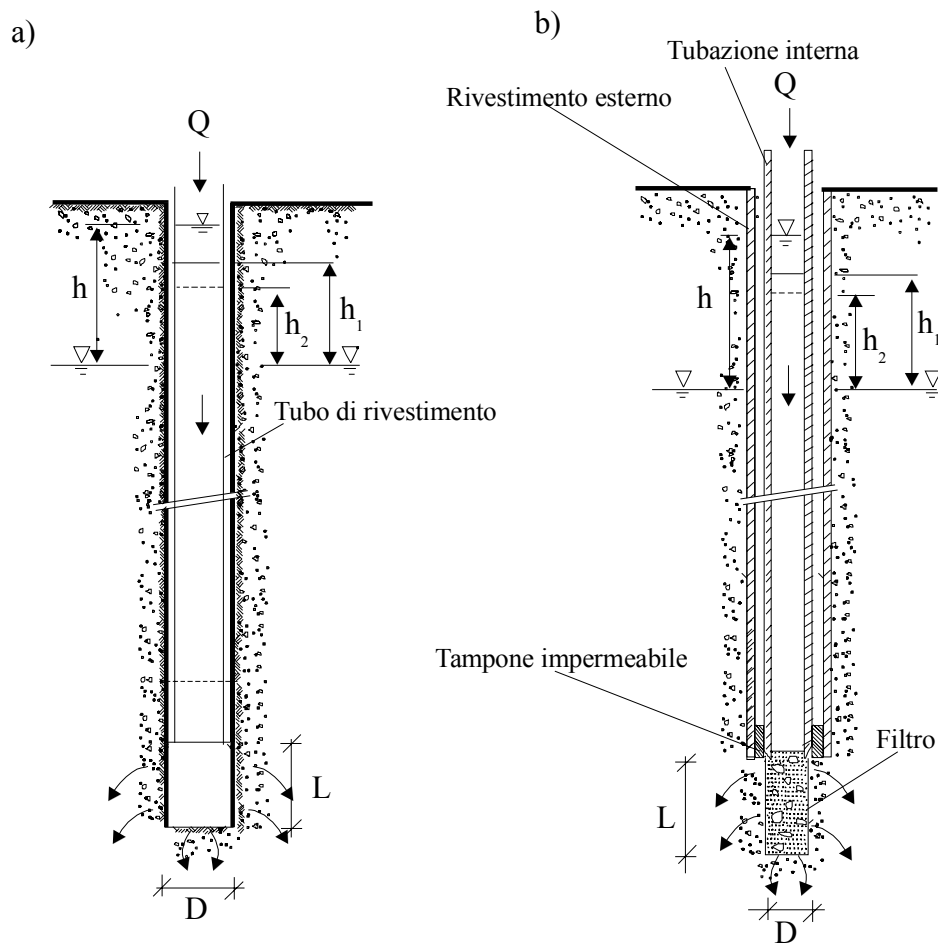


Figura 4.15 – Schema della prova di immissione in foro di sondaggio, a carico variabile o costante, senza filtro (a) e con filtro (b)

In particolare, deve risultare:

$$F_{60}/F_{10} \leq 2 \text{ (materiale uniforme) e } 4D_{15} \leq F_{15} \leq 4D_{85}$$

dove F_x sono i diametri del filtro e D_x quelli del terreno indagato.

Le prove in foro di sondaggio si suddividono in:

- prove a carico costante
 - di immissione (sopra o sotto falda)
 - di emungimento (solo sotto falda)
 - di risalita (solo sotto falda)
- prove a carico variabile
 - di abbassamento (sopra o sotto falda)

Prove a carico costante

Nelle prove a carico costante viene misurata, a regime, la portata, emunta o immessa, Q , necessaria a mantenere costante il livello dell'acqua nel foro. Il coefficiente di permeabilità viene ricavato mediante la seguente relazione:

$$k = \frac{Q}{F \cdot h} \quad [\text{m/s}] \quad (\text{Eq. 4.37})$$

dove Q [m^3/s] è la portata, h [m] il livello dell'acqua nel foro (rispetto alla base del foro se la prova è eseguita sopra falda, oppure rispetto al livello di falda se la prova è eseguita sotto falda) ed F [m] un fattore di forma, dipendente dalla forma e dalla geometria della sezione filtrante ed è riportato in Tabella 4.3 in relazione alle geometrie rappresentate in Figura 4.16.

Tabella 4.3 – Espressioni del coefficiente di forma F per differenti geometrie della sezione filtrante (per lo schema geometrico vedi Figura 4.16)

Geometria della sezione	Coefficiente di forma F
1. Filtro sferico in terreno uniforme	$2\pi \cdot D$
2. Filtro emisferico al tetto di uno strato confinato	$\pi \cdot D$
3. Fondo filtrante piano al tetto di uno strato confinato	$2D$
4. Fondo filtrante piano in terreno uniforme	$2.75D$
5. Tubo parzialmente riempito al tetto di uno strato confinato	$\frac{2D}{\left(1 + \frac{8}{\pi} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{k_h}{k'_v}\right)}$
6. Tubo parzialmente riempito in terreno uniforme	$\frac{2.75D}{\left(1 + \frac{11}{\pi} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{k_h}{k'_v}\right)}$
7. Filtro cilindrico al tetto di uno strato confinato	$\frac{3\pi \cdot L}{\ln\left(\frac{3L}{D} + \sqrt{1 + \left(\frac{3L}{D}\right)^2}\right)}$
8. Filtro cilindrico in terreno uniforme	$\frac{3\pi \cdot L}{\ln\left(1.5 \frac{L}{D} + \sqrt{1 + \left(1.5 \frac{L}{D}\right)^2}\right)}$
9. Filtro cilindrico attraversante uno strato confinato	$\frac{2\pi \cdot L}{\ln\left(\frac{r_0}{r}\right)}$

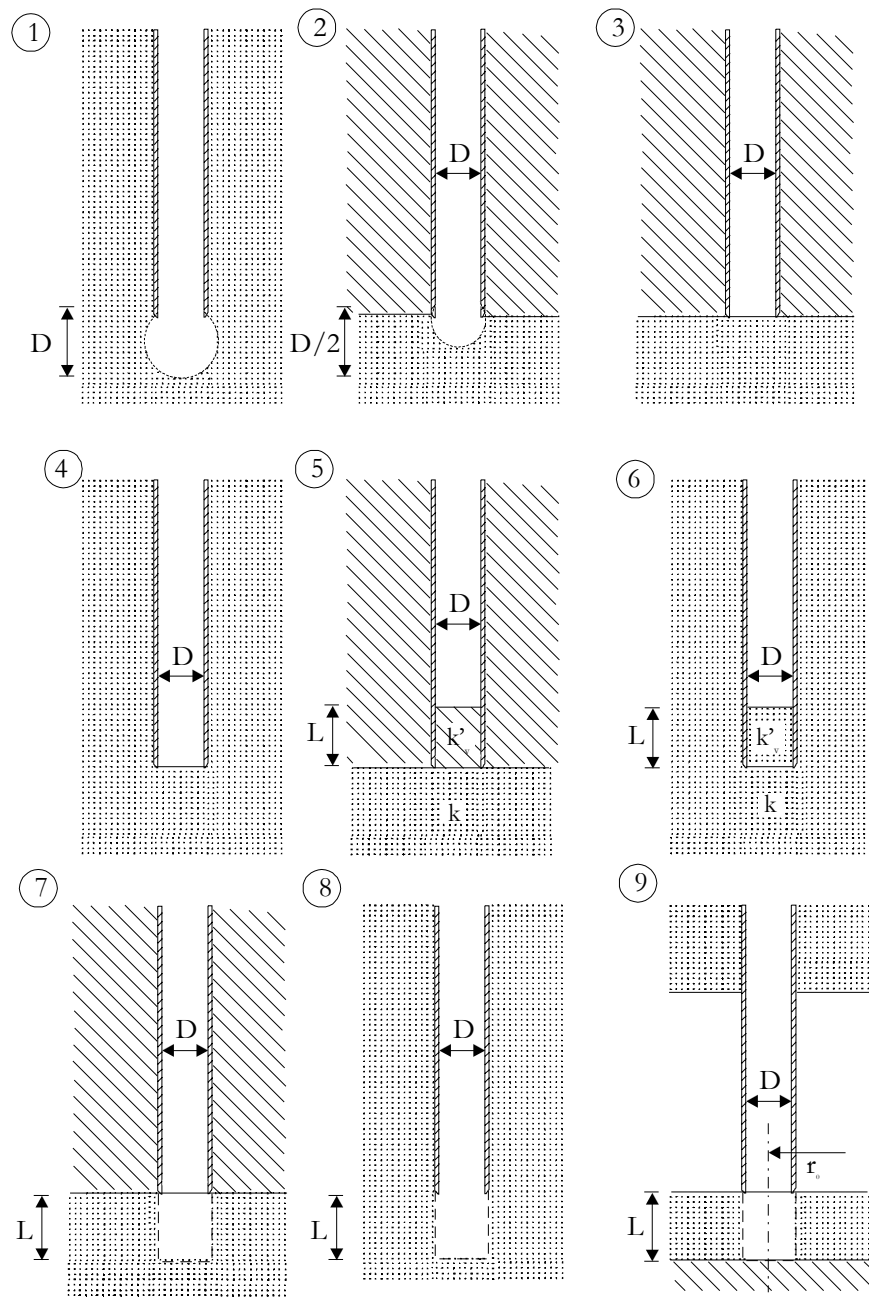


Figura 4.16 – Geometrie del fattore di forma per il calcolo del fattore di forma F

Prove a carico variabile

Le prove di risalita a carico variabile vengono effettuate prelevando acqua dal foro in modo da abbassarne il livello di una quantità nota e misurando la velocità di risalita; nelle prove di abbassamento viene immessa acqua nel foro in modo da alzarne il livello di una

quantità nota e viene misurata la velocità di abbassamento. Il coefficiente di permeabilità viene ricavato mediante la seguente relazione:

$$k = \frac{A}{F \cdot (t_2 - t_1)} \cdot \ln \frac{h_1}{h_2} \quad [\text{m/s}] \quad (\text{Eq. 4.38})$$

dove A [m^2] è l'area di base del foro, h_1 e h_2 sono le altezze agli istanti t_1 e t_2 rispetto al livello della falda o a fondo foro (se si tratta di prove di abbassamento condotte sopra il livello di falda), F [m] è il fattore di forma precedentemente definito (Tabella 4.3).

Una stima più attendibile del valore del coefficiente di permeabilità può essere eseguita determinando la media geometrica dei valori ricavati con prove di risalita (k_r) e di abbassamento (k_a), ovvero $k = \sqrt{k_r \cdot k_a}$. Infatti, durante le prove di abbassamento, la frazione più fine del materiale tende ad essere spinta verso il fondo del foro e la spinta idrodinamica tende a comprimere il terreno, facendone diminuire la permeabilità; al contrario, durante le prove di risalita, la frazione più fine del materiale tende ad essere asportata dall'acqua e la spinta idrodinamica tende a decomprimere il terreno, facendone aumentare la permeabilità.

Se la permeabilità orizzontale del terreno è diversa da quella verticale (a causa dell'orientamento dei grani nella fase di deposizione il coefficiente di permeabilità orizzontale, k_H , risulta generalmente maggiore, anche di un ordine di grandezza, del coefficiente di permeabilità verticale, k_V), il coefficiente k ottenuto da prove in foro di sondaggio tende a rappresentare il coefficiente di permeabilità verticale, k_V , tanto più è ridotta la lunghezza del tratto filtrante L (Figura 4.16-8) rispetto al diametro del foro, D , fino alla situazione limite di sezione piana, $L=0$ (Figura 4.16-4). Mentre per valori di L/D sufficientemente grandi ($L/D \geq 1.2$) si assume che il coefficiente di permeabilità misurato sia quello orizzontale, k_H . Per situazioni intermedie ($0 \leq L/D \leq 1.2$) si assume che venga misurato un coefficiente di permeabilità medio $k_{\text{medio}} = \sqrt{k_H \cdot k_V}$.

4.7.3 Prove di pompaggio

Le prove di pompaggio vengono eseguite in terreni con permeabilità medio-alta, al di sotto del livello di falda. Consistono nell'abbassare il livello della falda all'interno di un pozzo, opportunamente realizzato, e nel rilevare in corrispondenza di un certo numero di verticali, strumentate con piezometri, l'abbassamento una volta raggiunto un regime di flusso stazionario (Figura 4.17). Nella fase di emungimento la velocità di abbassamento del livello diminuisce all'aumentare del volume di terreno interessato dal flusso, fino ad un valore prossimo alla stabilizzazione (regime pseudo-stazionario) se la falda non è alimentata e si stabilizza se la falda è alimentata. Il raggio di influenza è tanto maggiore quanto maggiore è la permeabilità.

Per una corretta interpretazione della prova è necessario conoscere con buona approssimazione la stratigrafia, l'estensione dell'acquifero e le condizioni iniziali della falda, che quindi vanno preventivamente ricavati mediante apposite indagini in sito.

Il pozzo principale, che viene utilizzato per l'emungimento, ha un diametro D compreso generalmente tra i 200 e i 400 mm; intorno ad esso, nella zona di depressione della falda (a causa dell'andamento caratteristico della superficie piezometrica si parla anche di "cono di depressione") vengono disposti una serie di piezometri il cui numero dipende dalla eterogeneità del terreno.

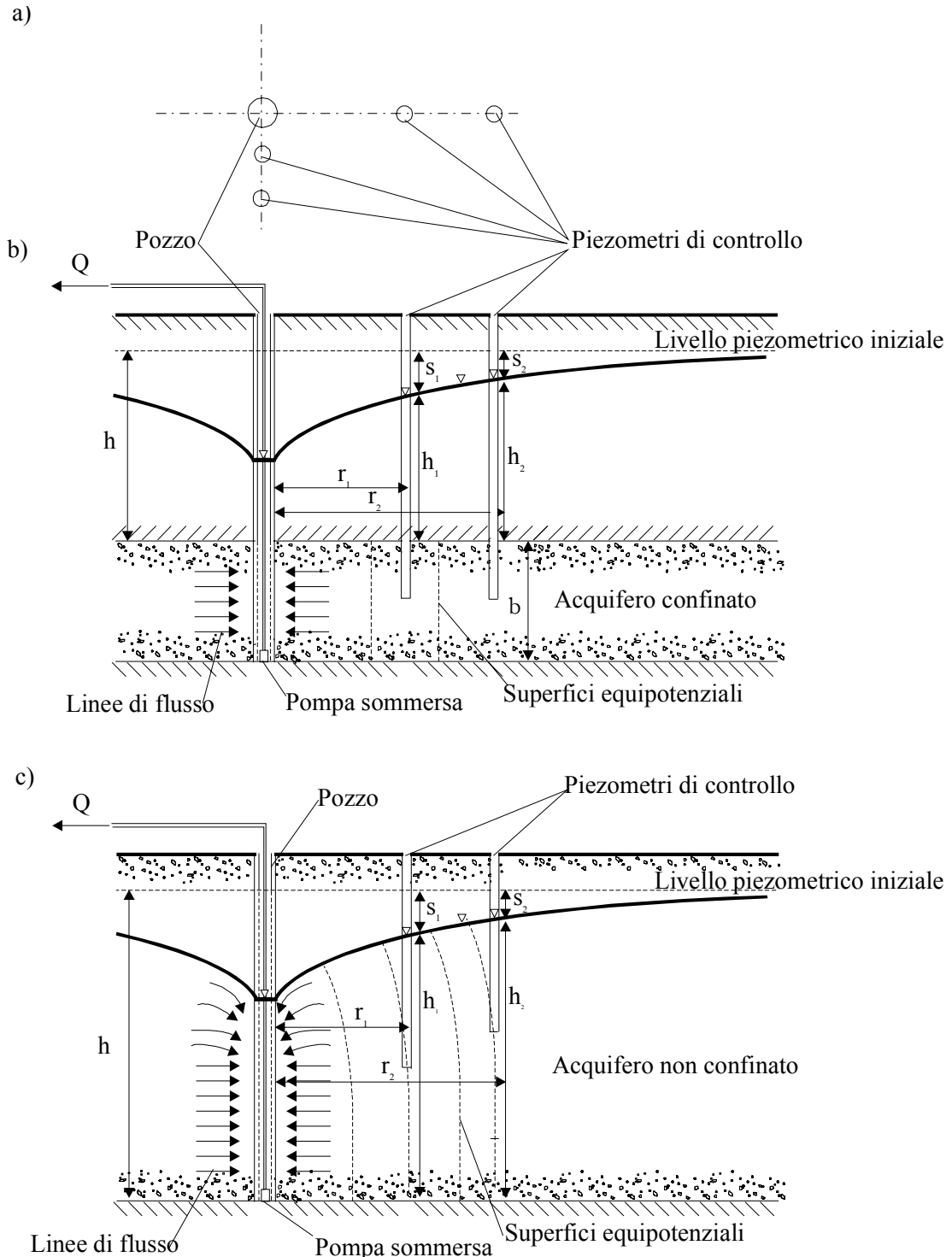


Figura 4.17 – Disposizione in pianta del pozzo e dei piezometri (a) e schema della prova di pompaggio in acquifero confinato (b) e non confinato (c)

Per la realizzazione del pozzo viene disposto all'interno del foro un tubo finestrato, con area delle aperture maggiore del 10% dell'area laterale. Nel tratto di terreno da investigare, l'intercapedine tra tubo e terreno è riempita con un filtro di ghiaietto e sabbia con una opportuna granulometria; nel tratto sovrastante, per evitare l'infiltrazione di acque esterne, l'intercapedine è riempita con materiale impermeabilizzante (generalmente argilla o bentonite).

Il tipo di piezometri viene scelto in relazione al tipo di terreno; devono essere in numero non inferiore a tre, disposti secondo allineamenti passanti per il pozzo (almeno due allineamenti di cui uno parallelo alla direzione di moto della falda) come mostrato in Figura 4.17a.

La distanza tra i piezometri aumenta con legge esponenziale: il primo di ogni allineamento viene posto a qualche metro dal pozzo, l'ultimo al limite della zona di influenza ($50 \div 200$ m a seconda della permeabilità del deposito).

Come già detto, la prova viene eseguita prelevando acqua dal pozzo mediante un sistema di pompaggio e misurando il livello piezometrico nel pozzo e nei piezometri fino a che non si raggiunge una stabilizzazione. Le letture vengono eseguite a intervalli di tempo via via crescenti (2 min. nelle prime due ore, 5 min. nelle 4 ore successive, $10 \div 15$ min. per il resto della prova, che dura mediamente $24 \div 36$ ore e anche di più per terreni a bassa permeabilità).

Le prove di emungimento vengono interpretate tenendo presente che:

- nel caso di acquifero confinato (falda artesianica) le linee di flusso sono orizzontali e le superfici equipotenziali sono cilindri concentrici rispetto al pozzo (Figura 4.17b);
- nel caso di acquifero non confinato (falda freatica) le linee di flusso (e le superfici equipotenziali) sono curve. In questo caso deve essere posta particolare attenzione alla profondità di installazione dei piezometri, poiché l'altezza di risalita dell'acqua (o comunque la pressione misurata) corrisponde alla pressione interstiziale della superficie equipotenziale passante per il punto di misura. (Figura 4.17c).

Soluzioni semplificate forniscono l'espressione del coefficiente di permeabilità rispettivamente per il caso di acquifero confinato (Figura 4.17b) e non confinato (Figura 4.17c):

$$k = \frac{Q}{2\pi \cdot b} \cdot \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(h_2 - h_1)} \quad (\text{Eq. 4.39})$$

$$k = \frac{Q}{\pi} \cdot \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(h_2^2 - h_1^2)} \quad (\text{Eq. 4.40})$$

Il valore della permeabilità ricavato con questo tipo di prova è un valore medio relativo al volume di terreno interessato dal cono di depressione.

4.8 Pressioni di filtrazione e gradiente idraulico critico

Allo scopo di osservare come si modifica il regime delle pressioni (totali, efficaci e interstiziali) in un punto del terreno, passando da una condizione in cui il fluido presente nel terreno è in quiete (regime idrostatico), ad una in cui avviene un moto di filtrazione (supponiamo in regime stazionario), consideriamo uno schema costituito da due recipienti comunicanti, di cui uno contenente solo acqua (serbatoio) e l'altro contenente un campione di sabbia saturo completamente immerso, di altezza h_2 , con livello dell'acqua sovrastante la superficie superiore del campione di una lunghezza h_1 (Figura 4.18).

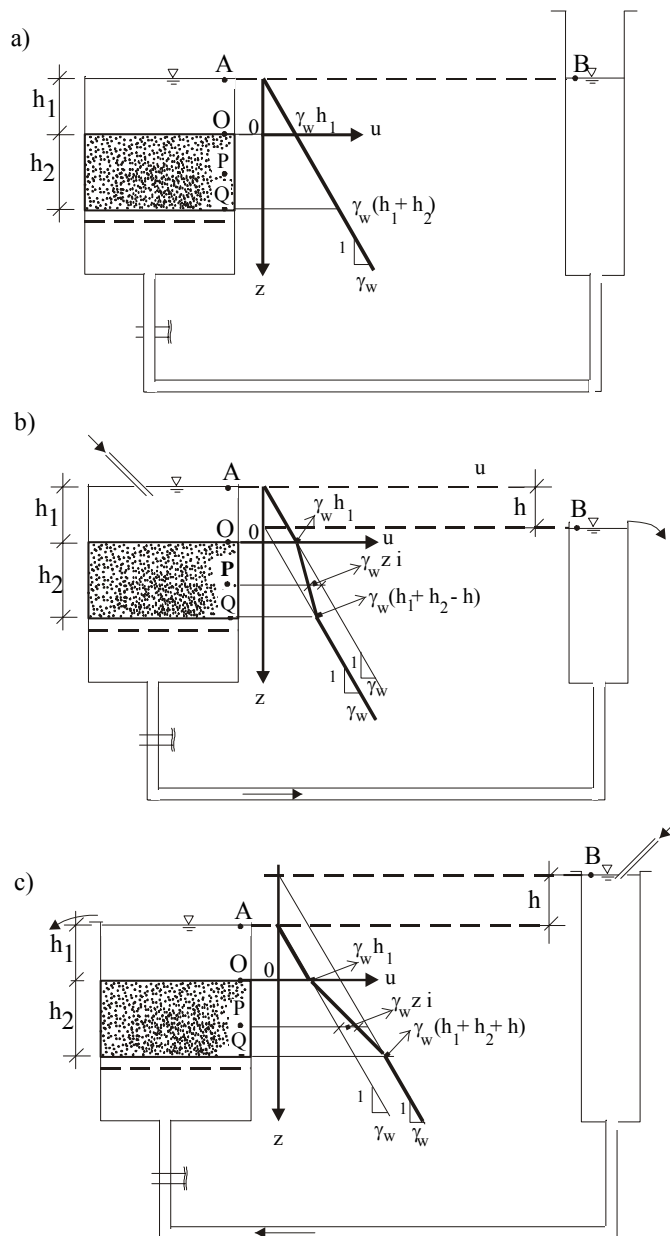


Figura 4.18 – Esempio di assenza di filtrazione (a), filtrazione discendente (b) e ascendente (c) in un campione di sabbia saturo

In relazione alla posizione relativa del livello dell'acqua nei due recipienti si possono distinguere tre casi:

assenza di filtrazione. Se l'acqua si trova allo stesso livello nei due recipienti (Figura 4.18a) non c'è differenza di carico (ossia di energia) tra due punti, A e B, appartenenti alla due superfici libere, per cui l'acqua è in quiete. La pressione verticale totale nel generico punto P, a profondità z dall'estremità superiore del campione, O, sarà data da:

$$\sigma_z = \gamma_{sat} \cdot z + \gamma_w \cdot h_1 \quad (\text{Eq. 4.41})$$

e la pressione dell'acqua (pressione interstiziale):

$$u = \gamma_w \cdot (h_1 + z) \quad (\text{Eq. 4.42})$$

per cui la pressione verticale efficace vale:

$$\sigma'_z = \sigma_z - u = \gamma_{sat} \cdot z + \gamma_w \cdot h_1 - \gamma_w \cdot (h_1 + z) = \gamma' \cdot z \quad (\text{Eq. 4.43})$$

essendo $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$

filtrazione discendente. Se il livello dell'acqua nel serbatoio è mantenuto più basso di quello nel recipiente che contiene il campione, di una altezza h , si ha una differenza di carico costante che provoca un moto di filtrazione dal recipiente che

contiene il campione verso il serbatoio (da un punto a energia maggiore, A, a un punto a energia minore, B). La pressione verticale totale nel punto P a profondità z dall'estremità superiore del campione, O , sarà data anche in questo caso da (Figura 4.18b):

$$\sigma_z = \gamma_{\text{sat}} \cdot z + \gamma_w \cdot h_1 \quad (\text{Eq. 4.44})$$

La pressione dell'acqua nel punto O , all'estremità superiore del campione, per $z=0$, è governata dalla quota del pelo libero nel recipiente e vale $u_{z=0} = \gamma_w h_1$, mentre all'estremità inferiore, per $z=h_2$, è governata dalla quota del pelo libero nel serbatoio e vale $u_{z=h_2} = \gamma_w (h_2+h_1-h)$. La pressione dell'acqua all'interno del campione varia linearmente con la profondità e, nel punto P, alla generica profondità z , vale $u = \gamma_w (h_1+z) - \gamma_w (h/h_2)z$. Il rapporto h/h_2 è, per definizione, il gradiente idraulico, per cui si può scrivere che nel punto P a profondità z la pressione interstiziale vale:

$$u = \gamma_w (h_1+z) - \gamma_w i z$$

e la pressione efficace:

$$\sigma'_z = \sigma_z - u = \gamma_{\text{sat}} z + \gamma_w h_1 - \gamma_w (h_1+z) + \gamma_w i z = (\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w) z - \gamma_w i z = \gamma' z + \gamma_w i z$$

Ovvero, rispetto al caso precedente di assenza di filtrazione, la filtrazione verticale discendente ha prodotto una riduzione della pressione interstiziale, $\gamma_w i z$, ed un eguale aumento di pressione efficace. Il termine $\gamma_w i z$ è la pressione di filtrazione.

Allo stesso risultato si perviene ragionando in termini di carico piezometrico come descritto nel seguito.

Supponendo che la perdita di carico, h , tra i punti A e B appartenenti alle due superfici libere, avvenga interamente nel campione, e che vari linearmente al suo interno, la perdita di carico nel tratto OP è pari a $\frac{h}{h_2} \cdot z = i \cdot z$.

Quindi $h_0 - h_p = h_1 - (-z + \frac{u}{\gamma_w}) = (z + h_1) - \frac{u}{\gamma_w} = \frac{h}{h_2} \cdot z$, da cui:

$$u = (z + h_1) \cdot \gamma_w - \frac{h}{h_2} \cdot z \cdot \gamma_w = (z + h_1) \cdot \gamma_w - i \cdot z \cdot \gamma_w \quad (\text{Eq. 4.45})$$

La pressione efficace vale in questo caso:

$$\sigma'_z = \sigma_z - u = \gamma_{\text{sat}} \cdot z + \gamma_w \cdot h_1 - (z + h_1) \cdot \gamma_w + i \cdot z \cdot \gamma_w = \gamma' \cdot z + i \cdot z \cdot \gamma_w \quad (\text{Eq. 4.46})$$

filtrazione ascendente. Se il livello dell'acqua nel serbatoio è mantenuto più alto di quello nel recipiente che contiene il campione, di una quantità h , si ha una differenza di carico costante che provoca un moto di filtrazione dal serbatoio verso il recipiente che contiene il campione (Figura 4.18c).

La pressione totale nel punto P, a profondità z dall'estremità superiore del campione, O , sarà data anche in questo caso da:

$$\sigma_z = \gamma_{\text{sat}} \cdot z + \gamma_w \cdot h_1 \quad (\text{Eq. 4.47})$$

La pressione dell'acqua nel punto O, all'estremità superiore del campione, per $z=0$, è governata dalla quota del pelo libero nel recipiente e vale $u_{z=0} = \gamma_w h_1$, mentre all'estremità inferiore, per $z=h_2$, è governata dalla quota del pelo libero nel serbatoio e vale $u_{z=h_2} = \gamma_w (h_2+h_1+h)$. La pressione dell'acqua all'interno del campione varia linearmente con la profondità e, nel punto P, alla generica profondità z , vale $u = \gamma_w (h_1+z) + \gamma_w (h/h_2)z$. Il rapporto h/h_2 è, per definizione, il gradiente idraulico, per cui si può scrivere che nel punto P a profondità z la pressione interstiziale vale:

$$u = \gamma_w (h_1+z) + \gamma_w i z$$

e la pressione efficace:

$$\sigma'_z = \sigma_z - u = \gamma_{\text{sat}} z + \gamma_w h_1 - \gamma_w (h_1+z) - \gamma_w i z = (\gamma_{\text{sat}} - \gamma_w) z - \gamma_w i z = \gamma' z - \gamma_w i z$$

Ovvero, rispetto al caso precedente di assenza di filtrazione, la filtrazione verticale ascendente ha prodotto un aumento della pressione interstiziale, $\gamma_w i z$, ed un eguale riduzione di pressione efficace. Il termine $\gamma_w i z$ è la pressione di filtrazione.

Allo stesso risultato si perviene ragionando in termini di carico piezometrico come descritto nel seguito.

Supponendo che la perdita di carico h , tra i punti B e A appartenenti alle due superfici libere, avvenga interamente nel campione, e che vari linearmente al suo interno,

nel tratto PO, la perdita di carico è pari a $\frac{h}{h_2} \cdot z = i \cdot z$.

Quindi $h_p - h_0 = (-z + \frac{u}{\gamma_w}) - h_1 = \frac{u}{\gamma_w} - (z + h_1) = \frac{h}{h_2} \cdot z$, da cui:

$$u = (z + h_1) \cdot \gamma_w + \frac{h}{h_2} \cdot z \cdot \gamma_w = (z + h_1) \cdot \gamma_w + i \cdot z \cdot \gamma_w \quad (\text{Eq. 4.48})$$

La pressione efficace vale in questo caso:

$$\sigma'_z = \sigma_z - u = \gamma_{\text{sat}} \cdot z + \gamma_w \cdot h_1 - (z + h_1) \cdot \gamma_w - i \cdot z \cdot \gamma_w = \gamma' \cdot z - i \cdot z \cdot \gamma_w \quad (\text{Eq. 4.49})$$

Le osservazioni precedenti evidenziano che in presenza di filtrazione, in un punto a profondità z , la pressione dell'acqua varia di una quantità pari $i \cdot z \cdot \gamma_w$, che rappresenta la componente idrodinamica della pressione interstiziale (**pressione di filtrazione**). Di conseguenza la pressione efficace varia della stessa quantità; nel caso di filtrazione discendente la pressione efficace aumenta, mentre nel caso di filtrazione ascendente la pressione efficace diminuisce rispetto ai casi di assenza di filtrazione. In particolare, la pressione effettiva in presenza di filtrazione ascendente è data da $\sigma'_z = \gamma' \cdot z - i \cdot z \cdot \gamma_w$ e si annulla quando il gradiente idraulico è pari a

$$i_c = \gamma' / \gamma_w \quad (\text{Eq. 4.50})$$

detto **gradiente idraulico critico**.

In questa condizione, se il terreno è privo legami coesivi, si annullano le forze intergranulari, si annulla la resistenza del terreno e le particelle solide possono essere trasportate dall'acqua in movimento, dando origine ad un fenomeno progressivo di erosione che conduce al collasso della struttura del terreno. Tale fenomeno è noto come **instabilità idrodinamica** (o **sifonamento**) ed è quello che può manifestarsi ad esempio nel caso di uno scavo sorretto da un diaframma. (Figura 4.19). È da notare che essendo $\gamma' \cong \gamma_w$, il valore di i_c è prossimo all'unità.

Si definisce **fattore di sicurezza globale nei confronti del sifonamento** il rapporto tra il gradiente idraulico critico e quello che si ha in esercizio (definito **gradiente di efflusso**, i_E), ossia:

$$FS = i_c/i_E \quad (\text{Eq. 4.51})$$

Essendo il sifonamento un fenomeno improvviso, senza segni premonitori, ed essendo difficile tener conto di fattori quali l'eterogeneità e l'anisotropia del terreno, si adottano valori alti di FS (generalmente si impone $FS > 4$).

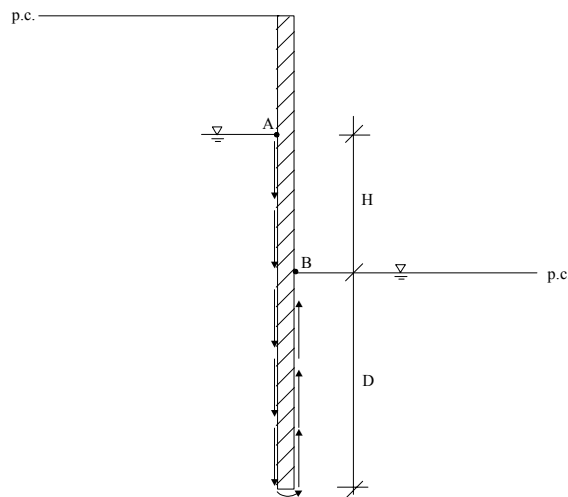


Figura 4.19 – Scavo sorretto da un diaframma

Nel caso di un diaframma infisso ad una profondità D in un mezzo omogeneo, il gradiente di efflusso può essere valutato in prima approssimazione dividendo la perdita di carico per la lunghezza della linea di flusso più corta, rappresentata dal percorso di una particella d'acqua in aderenza al diaframma, indicato con A-B in Figura 4.19, ovvero, trascurando lo spessore del diaframma ed indicando con H la differenza di carico esistente tra due punti A e B appartenenti alle due superfici libere, si può porre:

$$i_E = H/(H+2D) \quad (\text{Eq. 4.52})$$

Per determinare un valore del gradiente di efflusso più aderente alla realtà si può ricorrere a diagrammi disponibili in letteratura per vari casi pratici ricorrenti (Figura 4.20).

A titolo di esempio, con lo schema di Figura 4.20, per $h/D = 2$ e $d/D = 1$ si ha $i_e \cong 0.53$. La stima, approssimata per eccesso, ottenuta dall'Equazione (4.52) è:

$$i_e = \frac{h}{d+2D} = \frac{h/D}{d/D+2} = \frac{2}{1+2} = 0.66$$

Un fenomeno analogo al sifonamento, dovuto alle pressioni di filtrazione al piede di un diaframma, è quello del **sollevamento del fondo scavo**.

Terzaghi ha osservato che il fenomeno di instabilità si estende a tutta la profondità D di infissione per una larghezza pari a $D/2$ e che l'andamento delle sovrappressioni interstiziali (ovvero delle pressioni interstiziali in eccesso rispetto alla pressione idrostatica di valle) è quello riportato in Figura 4.21.

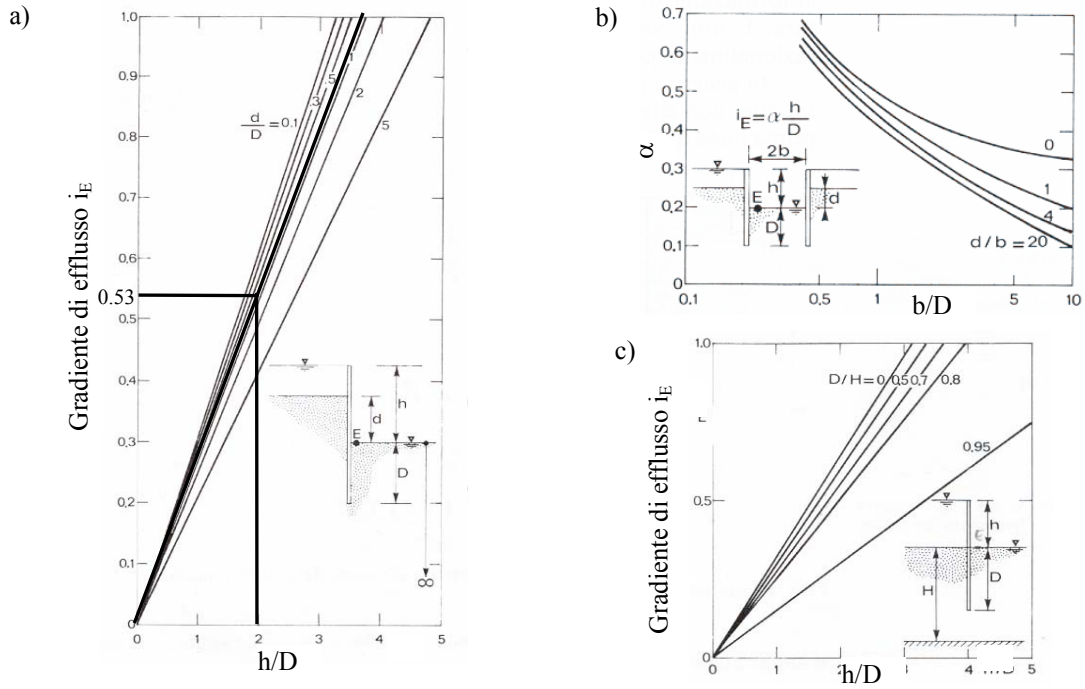


Figura 4.20 – Gradiente di efflusso, i_E , nel caso di uno scavo in un mezzo di spessore infinito (a), nel caso di uno scavo nastriforme in un mezzo di spessore infinito (b), nel caso di una trincea drenante in un mezzo di spessore limitato (c)

In prima approssimazione, cautelativamente, si assume che il valore della sovrappressione al piede del diaframma sia costante per una larghezza $D/2$ e pari ad $\gamma_w \cdot H_c$, dove H_c si ricava dall'Eq.(4.52):

$$i_e = H/(H+2D) = H_c/D$$

e quindi:

$$H_c = (H D)/(H+2D).$$

La forza totale di filtrazione che tende a sollevare il cuneo è data da $S_w = H_c \cdot \gamma_w \cdot D/2$; quando questa uguaglia il peso efficace del cuneo (peso totale del cuneo meno spinta di Archimede), dato da $W' = \gamma' D D/2$, si raggiungono le condizioni limite di instabilità.

Il fattore di sicurezza globale nei confronti del sollevamento del fondo scavo è definito come rapporto tra il peso efficace del cuneo e la forza di filtrazione che tende a sollevarlo, ossia:

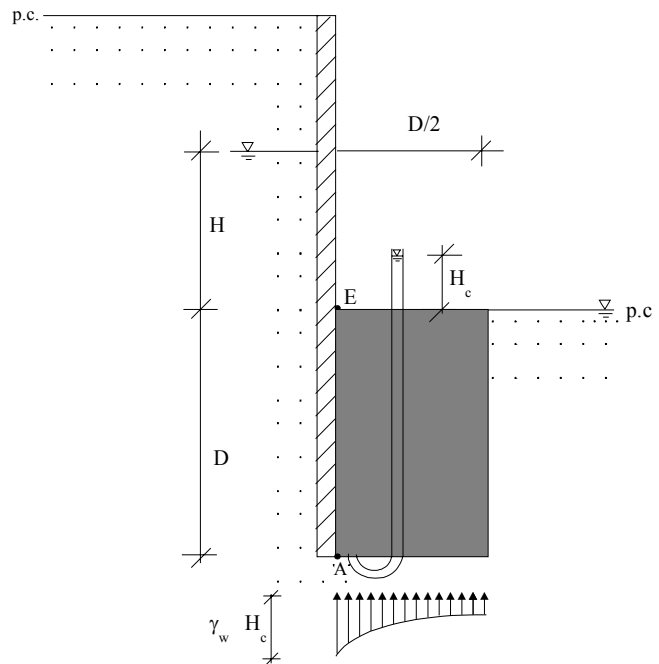


Figura 4.21 – Distribuzione delle sovrappressioni al piede di un diaframma in un mezzo di spessore infinito

$$FS = \frac{W'}{S_w} = \frac{\gamma' \cdot D \cdot D/2}{\gamma_w \cdot H_c \cdot D/2} = \frac{\gamma' \cdot D}{\gamma_w \cdot H_c} \quad (\text{Eq. 4.53})$$

(è da osservare che in pratica il rapporto H_c/D rappresenta il gradiente di efflusso nel tratto infisso, e che quindi l'Eq. 4.53 corrisponde all'Eq. 4.51).

Talvolta, nel caso di terreno omogeneo, viene assunto cautelativamente $H_c = H/2$, invece che $H_c = HD/(H+2D)$, come risulterebbe, sempre in maniera approssimata, dallo schema di Figura 4.21.

Per incrementare il valore di FS si possono adottare le seguenti soluzioni:

- aumentare la profondità di infissione in modo da ridurre il gradiente di efflusso;
- disporre sul fondo dello scavo in adiacenza al diaframma un filtro costituito da materiale di grossa pezzatura in modo da incrementare le tensioni efficaci. In questo caso

$$FS = \frac{\gamma' \cdot D^2 / 2 + W}{\gamma_w \cdot H_c \cdot D/2} \quad (\text{Eq. 4.54})$$

dove W è il peso del filtro;

- inserire dei dreni in modo da ridurre le sovrappressioni.

Se lo scavo è realizzato in un terreno a grana fine, sovrastante uno strato a permeabilità molto più elevata, nel tempo che intercorre tra la realizzazione dello scavo e l'instaurarsi del moto di filtrazione, occorre ragionare in termini di pressioni totali: se la forza risultante delle pressioni idrostatiche iniziali alla base del cuneo supera il peso totale del cuneo può verificarsi il sollevamento. In questo caso il fattore di sicurezza globale è definito mediante il rapporto tra la pressione verticale totale e la pressione interstiziale all'intradosso dello strato di argilla a valle (Figura 4.22):

$$FS = \frac{\gamma \cdot D}{\gamma_w \cdot H_w} \quad (\text{Eq. 4.55})$$

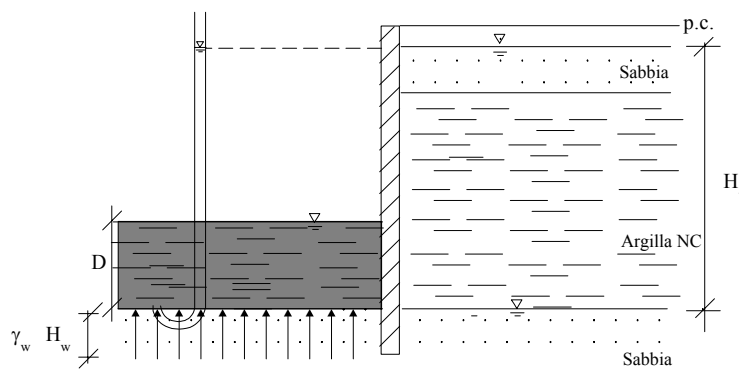


Figura 4.22 - Scavo realizzato in un terreno a grana fine, sovrastante uno strato a permeabilità molto più elevata

4.9 Considerazioni sui problemi di idraulica dei terreni

Per affrontare e risolvere i problemi di ingegneria geotecnica si utilizzano modelli semplificati del sottosuolo, costituiti da strati di terreno omogenei, con superfici di confine ben definite, cui vengono attribuite proprietà geotecniche medie o caratteristiche. La geometria e le proprietà fisiche, idrauliche e meccaniche dei diversi strati di terreno sono stimate in base ai risultati di indagini geotecniche in sito e di laboratorio. Come vedremo nei capitoli successivi, le indagini geotecniche hanno limiti e incertezze, dovuti alla rappresentatività del campione statistico, alla variabilità intrinseca delle proprietà dei terreni, alla impossibilità di riprodurre in laboratorio le reali condizioni in sito, alle incertezze nelle procedure di trasformazione dei risultati sperimentali in proprietà geotecniche, etc.. Pertanto il modello di sottosuolo utilizzato per il calcolo è solo uno schema semplificato della realtà fisica, sia per quanto riguarda la geometria sia per quanto riguarda le proprietà geotecniche attribuite ai singoli strati.

Le incertezze del modello hanno effetti molto diversi a seconda del problema geotecnico. In alcuni di essi, anche scarti considerevoli dei valori reali di una proprietà geotecnica dal valore medio stimato ed assunto per il calcolo, hanno modesti effetti sul risultato (ad esempio, la stima della capacità portante e dei cedimenti di una fondazione, o anche la stima della spinta del terreno su un'opera di sostegno). Ma nei problemi di idraulica del terreno, ove è necessario considerare la filtrazione dell'acqua e la distribuzione delle pressioni interstiziali nello spazio e nel tempo, anche dettagli geologici minimi, apparentemente insignificanti e di difficile individuazione con le usuali tecniche di indagine, possono avere un'influenza decisiva, per cui l'uso di un modello semplificato di sottosuolo, che trascuri tali dettagli, può condurre a risultati decisamente errati.

Si consideri, ad esempio, una palancola a sostegno di uno scavo in un deposito di sabbia, in cui sia presente un sottile strato di argilla. In assenza di falda, e quindi di filtrazione, la presenza dello straterello argilloso e molto poco permeabile, ha un'influenza trascurabile sulla pressione mutua terreno-struttura, e quindi sulla stabilità e sulle deformazioni del sistema geotecnico. Al contrario, in presenza di falda, se il livello argilloso è al di sopra dell'estremità inferiore della palancola ed è continuo, esso intercetta quasi completamente la filtrazione ed altera profondamente la distribuzione delle pressioni interstiziali. Se tuttavia il livello di argilla non è continuo, ma corrisponde ad una piccola lente, la rete di filtrazione ne risulta modificata solo localmente. Una verticale di indagine geotecnica (ad esempio un sondaggio o una prova penetrometrica) eseguita per la progettazione della struttura, può non avere rilevato la presenza del sottile livello argilloso, oppure può averla rilevata ma senza poterne accertare l'estensione e la continuità.

In definitiva, l'intensità e la distribuzione delle pressioni interstiziali in presenza di filtrazione sono stimate mediante la rete idrodinamica, la cui determinazione è molto incerta e raramente rispecchia le reali condizioni idrauliche del terreno. Per cui l'analisi teorica del comportamento atteso del modello geotecnico, pur necessaria, deve essere convalidata da misure sperimentali durante la costruzione e in corso d'opera, ed eventualmente variata se le misure sperimentali non confermano le previsioni.

4.10 Verifiche di sicurezza nei confronti degli stati limite di tipo idraulico secondo le Norme Tecniche per le Costruzioni (D.M. 14/01/08)

La progettazione geotecnica eseguita in conformità alle Norme Tecniche per le Costruzioni (D.M. 14 gennaio 2008) (NTC-08) si basa sul metodo degli stati limite e sull'impiego dei coefficienti di sicurezza parziali. Nel metodo degli stati limite, che possono essere ultimi (SLU) o di esercizio (SLE), vi sono tre categorie di coefficienti parziali, da applicare rispettivamente alle azioni o agli effetti delle azioni (A), alle caratteristiche dei materiali (M) e alle resistenze (R). Essi possono assumere valori diversi ed essere diversamente raggruppati e combinati tra loro in funzione del tipo e delle finalità delle verifiche nei diversi stati limite considerati.

Gli stati limite ultimi di tipo idraulico sono riconducibili ai seguenti due, denominati rispettivamente:

UPL (da Uplift) – che comportano la perdita di equilibrio della struttura o del terreno a causa della sottospinta dell'acqua (fenomeni di galleggiamento di strutture interrato, come parcheggi sotterranei, stazioni metropolitane, etc.. o di sollevamento del fondo scavo), e

HYD (da Hydrodynamic conditions) – in cui si verifica erosione e sifonamento del terreno a causa di moti di filtrazione dal basso verso l'alto con gradiente idraulico tale da produrre l'annullamento delle tensioni efficaci.

Gli schemi di rottura delle Figure 4.19, 4.20 e 4.21 sono del tipo HYD, mentre lo schema di Figura 4.22 è del tipo UPL.

Secondo le NTC-08:

“Per la stabilità al sollevamento deve risultare che il valore di progetto dell'azione instabilizzante $V_{inst,d}$, combinazione di azioni permanenti ($G_{inst,d}$) e variabili ($Q_{inst,d}$), sia non maggiore della combinazione dei valori di progetto delle azioni stabilizzanti ($G_{stb,d}$) e delle resistenze (R_d):

$$V_{inst,d} \leq G_{stb,d} + R_d \quad (6.2.4)$$

dove
$$V_{inst,d} = G_{inst,d} + Q_{inst,d} \quad (6.2.5)$$

Per le verifiche di stabilità al sollevamento, I relativi coefficienti parziali sono indicati nella Tab. 6.2.III. Tali coefficienti devono essere combinati in modo opportuno con quelli relativi ai parametri geotecnici (M2).”

Tabella 6.2.III – Coefficienti parziali sulle azioni per le verifiche nei confronti di stati limite di sollevamento

CARICHI	EFFETTO	Coefficiente parziale γ_F (o γ_E)	SOLLEVAMENTO (UPL)
Permanenti	Favorevole	γ_{G1}	0.9
	Sfavorevole		1.1
Permanenti non strutturali	Favorevole	γ_{G2}	0.0
	Sfavorevole		1.5
Variabili	Favorevole	γ_{Qi}	0.0
	Sfavorevole		1.5

I valori dei coefficienti parziali relativi ai parametri geotecnici sono indicati nella seguente Tabella 6.2.II delle NTC08

Tabella 6.2.II – Coefficienti parziali per i parametri geotecnici del terreno

PARAMETRO	GRANDEZZA ALLA QUALE APPLICARE IL COEFFICIENTE PARZIALE	COEFFICIENTE PARZIALE	(M1)	(M2)
Tangente dell'angolo di resistenza al taglio	$\tan \phi'_k$	$\gamma_{\phi'}$	1.0	1.25
Coesione efficace	c'_k	$\gamma_{c'}$	1.0	1.25
Resistenza non drenata	c_{uk}	γ_{cu}	1.0	1.4
Peso dell'unità di volume	γ	γ_{γ}	1.0	1.0

Esempio di verifica al sollevamento di una struttura interrata:

Vasca in c.a. (Figura 4.23) immersa in terreno sabbioso saturo. Falda coincidente con il piano campagna.

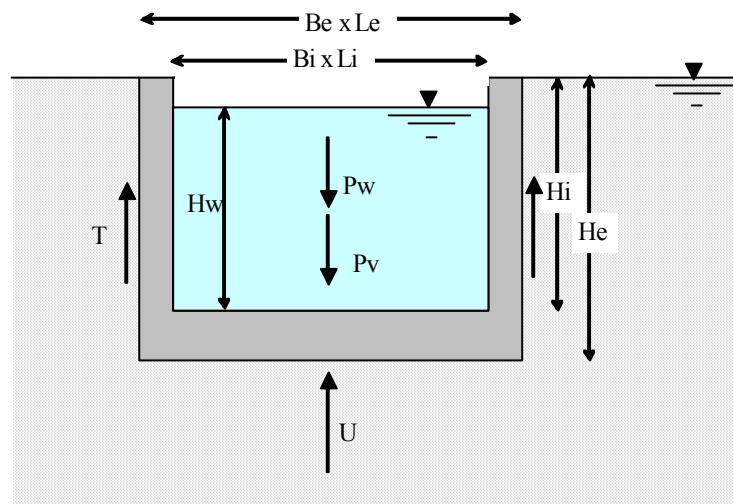


Figura 4.23- Schema della vasca

dati geometrici:

$H_e = 3,5 \text{ m}$ $B_e = 5 \text{ m}$ $L_e = 10 \text{ m}$
 $H_i = 2,8 \text{ m}$ $B_i = 4 \text{ m}$ $L_i = 9 \text{ m}$
 $H_w = 2,5 \text{ m}$

pesi specifici di progetto:

peso specifico del c.a.: $\gamma_{c.a.} = 25 \text{ kN/m}^3$
 peso specifico dell'acqua.: $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$

proprietà geotecniche (valori caratteristici)

- peso di volume saturo della sabbia: $\gamma_{sat,k} = 18 \text{ kN/m}^3$

- angolo di resistenza al taglio: $\phi'_k = 32^\circ$

Verifica nei confronti dello stato limite di sollevamento secondo NTC 08

Area di base: $A_b = B_e L_e = 10 \times 5 = 50 \text{ m}^2$

Area delle pareti: $A_s = 2 H_e (B_e + L_e) = 2 \times 3,5 \times (5 + 10) = 105 \text{ m}^2$

Valori di progetto delle proprietà geotecniche

(si applicano i coefficienti di sicurezza parziali di Tabella 6.2.II colonna M2)

- peso di volume saturo della sabbia: $\gamma_{\text{sat},d} = \gamma_{\text{sat},k} / 1.0 = 18 \text{ kN/m}^3$

- angolo di resistenza al taglio: $\phi'_d = \arctan(\tan \phi'_k / 1,25) = 26,56^\circ$

Peso della vasca:

$P_v = \gamma_{c.a.} (B_e L_e H_e - B_i L_i H_i) = 25 \times (5 \times 10 \times 3,5 - 4 \times 9 \times 2,8) = 1855 \text{ kN}$

Peso dell'acqua contenuta nella vasca: $P_w = \gamma_w B_i L_i H_w = 10 \times 4 \times 9 \times 2,5 = 900 \text{ kN}$

Sottospinta idraulica: $U = \gamma_w H_e A_b = 10 \times 3,5 \times 50 = 1750 \text{ kN}$

Forza di attrito di progetto sulle pareti della vasca:

$T = \tau_{m,d} A_s$

$\tau_{m,d} = K_d \tan \delta_d \sigma'_{vm}$

$K_d = 1 - \sin \phi'_d = 1 - \sin(26,56) = 0,553$

$\delta_d = 0,75 \phi'_d = 0,75 \times 26,56 = 19,92^\circ$

$\tan \delta_d = \tan(19,92) = 0,362$

$\sigma'_{vm} = \gamma' H_e / 2 = (18 - 10) \times 3,5 / 2 = 14 \text{ kPa}$

$\tau_{m,d} = K_d \tan \delta_d \sigma'_{vm} = 0,553 \times 0,362 \times 14 = 2,80 \text{ kPa}$

$T = \tau_{m,d} A_s = 2,80 \times 105 = 294,5 \text{ kN}$

Valori di progetto delle azioni instabilizzanti

(si applicano i coefficienti di sicurezza parziali di Tabella 6.2.III)

$G_{\text{inst},d} = U \gamma_{G1} = 1750 \times 1,1 = 1925 \text{ kN}$

$Q_{\text{inst},d}$ (assente)

$V_{\text{inst},d} = G_{\text{inst},d} = 1925 \text{ kN}$

Valori di progetto delle azioni stabilizzanti

(si applicano i coefficienti di sicurezza parziali di Tabella 6.2.III)

$G_{\text{stb},d} = P_v \gamma_{G1} = 1855 \times 0,9 = 1669,5 \text{ kN}$

$Q_{\text{stb},d} = P_w \gamma_{Q1} = 900 \times 0 = 0 \text{ kN}$

Valori di progetto delle azioni resistenti

$R_d = T = 294,5 \text{ kN}$

$G_{\text{stb},d} + R_d = 1669,5 + 294,5 = 1964 \text{ kN} > V_{\text{inst},d} = 1925 \text{ kN}$ Verifica soddisfatta.

Riprendendo lo schema della Figura 4.22, che si riferisce al pericolo di sollevamento del fondo di uno scavo realizzato in un terreno a grana fine, sovrastante uno strato a permeabilità molto più elevata, nel tempo che intercorre tra la realizzazione dello scavo e l'instaurarsi del moto di filtrazione, l'applicazione delle NTC 08 e quindi dei coefficienti di sicurezza parziali di Tabella 6.2.III, comporta semplicemente di attribuire al coefficiente di sicurezza globale FS di Eq. 4.55 il valore minimo: $FS_{\text{min}} = 1,1 / 0,9 = 1,22$

Infatti:

$$(G_{stab,d} + R_d) = 0,9 \gamma D \quad e \quad V_{inst,d} = G_{inst,d} = 1,1 \gamma_w H_w$$

da cui, dovendo risultare: $V_{inst,d} \leq G_{stab,d} + R_d$ ovvero

$$1,1 \gamma_w H_w \leq 0,9 \gamma D \quad ne\ segue: \quad FS = \gamma D / \gamma_w H_w \geq 1,1/0,9 = 1,22$$

Per quanto riguarda le verifiche al sifonamento, le NTC-08 recitano:

“Il controllo della stabilità al sifonamento si esegue verificando che il valore di progetto della pressione interstiziale instabilizzante ($u_{inst,d}$) risulti non superiore al valore di progetto della tensione totale stabilizzante ($\sigma_{stb,d}$), tenendo conto dei coefficienti parziali della Tab. 6.2.IV:

$$u_{inst,d} \leq \sigma_{stb,d} \tag{6.2.6}$$

Tabella 6.2.IV – Coefficienti parziali sulle azioni per le verifiche nei confronti di stati limite di sifonamento

CARICHI	EFFETTO	Coefficiente parziale γ_F (o γ_E)	SIFONAMENTO (HYD)
Permanenti	Favorevole	γ_{G1}	0.9
	Sfavorevole		1.3
Permanenti non strutturali	Favorevole	γ_{G2}	0.0
	Sfavorevole		1.5
Variabili	Favorevole	γ_{Qi}	0.0
	Sfavorevole		1.5

Si consideri ad esempio lo schema di Figura 4.24.

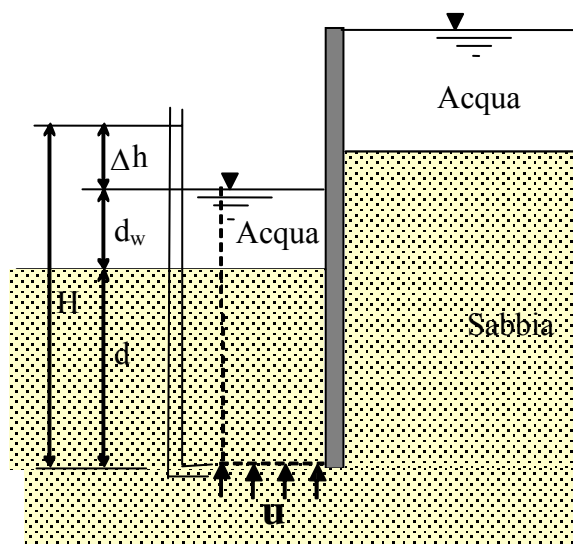


Figura 4.24 – Schema per la verifica al sifonamento

Al piede del diaframma il valore caratteristico della pressione interstiziale instabilizzante vale:

$$u_{\text{inst},k} = \gamma_w (d + d_w + \Delta h)$$

mentre il valore caratteristico della tensione totale stabilizzante vale:

$$\sigma_{\text{stb},k} = \gamma_{\text{sat}} d + \gamma_w d_w = (\gamma' + \gamma_w) d + \gamma_w d_w$$

Applicando i coefficienti di sicurezza parziali γ_{G1} (rispettivamente sfavorevole per $u_{\text{inst},k}$ e favorevole per $\sigma_{\text{stb},k}$) di Tabella 6.2.IV la verifica in termini di tensioni totali richiede che:

$$1,3 \gamma_w (d + d_w + \Delta h) \leq 0,9 [(\gamma' + \gamma_w) d + \gamma_w d_w]$$

ovvero:

$$1,3 \gamma_w \Delta h \leq 0,9 \gamma' d - 0,4 \gamma_w (d + d_w)$$

CAPITOLO 5

MODELLI REOLOGICI

La reologia è la scienza che studia l'andamento delle deformazioni nella materia sotto l'effetto dell'applicazione di un sistema di sollecitazioni. Uno degli obiettivi principali di questa disciplina è quello di caratterizzare il comportamento meccanico dei materiali mediante la definizione di modelli matematici che stabiliscano dei legami tra tensioni, deformazioni e tempo (detti *legami costitutivi*).

Anche nella meccanica dei terreni si ricorre generalmente all'impiego di modelli, ovvero di schemi più o meno semplificati, per l'interpretazione di fenomeni fisici complessi e per la previsione del comportamento dei vari mezzi in seguito all'applicazione di un sistema di sollecitazioni. Un aspetto importante da sottolineare è che un modello reologico non è legato solo al tipo di materiale, ma anche e soprattutto al fenomeno fisico che lo interessa; per questo motivo la scelta del tipo di modello è strettamente dipendente oltre che dal tipo di materiale, da quello dell'applicazione ingegneristica considerata.

Tra i modelli "classici", quelli di maggiore interesse nell'ambito della meccanica dei terreni sono:

- il modello *elastico*
- il modello *plastico*
- il modello *viscoso*

che possono essere assunti singolarmente o in combinazione tra loro.

Nella descrizione dei modelli reologici, riportata nei paragrafi seguenti, verranno adottati schemi monodimensionali e simboli convenzionali, per renderne più immediata la comprensione a livello qualitativo. Passando dagli schemi monodimensionali al mezzo continuo, al concetto di forza si sostituisce quello di tensione e al concetto di spostamento quello di deformazione.

5.1 Modello elastico

Il comportamento di un corpo è definito elastico se le deformazioni prodotte da un sistema di sollecitazioni scompaiono una volta rimosse tali sollecitazioni. La relazione sforzi-deformazioni è biunivoca e indipendente dal tempo: una stessa sollecitazione produce sempre la stessa deformazione anche se applicata ripetutamente.

Il simbolo comunemente usato per rappresentare l'elasticità di un mezzo è una molla, e lo schema monodimensionale semplificato è quello rappresentato in Figura 5.1 (*schema di Hooke*).

Se si immagina di applicare una forza F all'estremità libera del carrello e di registrarne lo spostamento s (Figura 5.1), la relazione tra F ed s è del tipo:

$$F = f(s) \quad (\text{Eq. 5.1})$$

ed è rappresentata in Figura 5.2.

Se $f(s)$ è una funzione lineare (linea (a) di Figura 5.2), ovvero:

$$F = K \cdot s \quad (\text{Eq. 5.2})$$

con $K = \text{costante}$, si parla di **comportamento elastico-lineare**, con K costante elastica del mezzo. Se dipende dal livello di sforzo (o di deformazione) raggiunto (curva (b) di Figura 5.2), si parla di legame **elastico non lineare**. La funzione che rappresenta un legame elastico non lineare può essere approssimata con una funzione lineare a tratti, su intervalli opportunamente piccoli dello spostamento.

Le principali applicazioni geotecniche per le quali viene spesso assunta l'ipotesi di comportamento elastico del terreno sono:

- il calcolo delle deformazioni nei terreni sovraconsolidati;
- l'analisi della diffusione delle tensioni nel terreno;
- il calcolo delle strutture di fondazione.

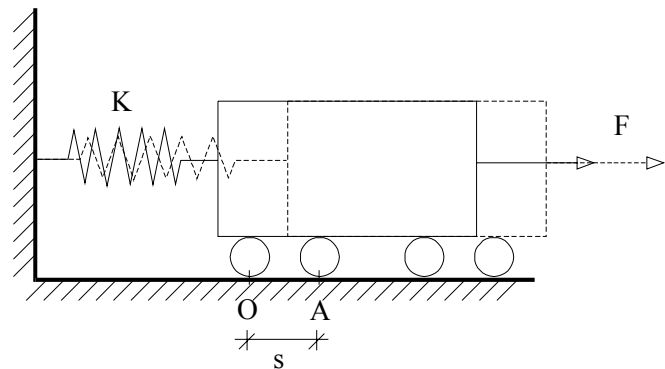


Figura 5.1. - Schema di Hooke per un mezzo elastico

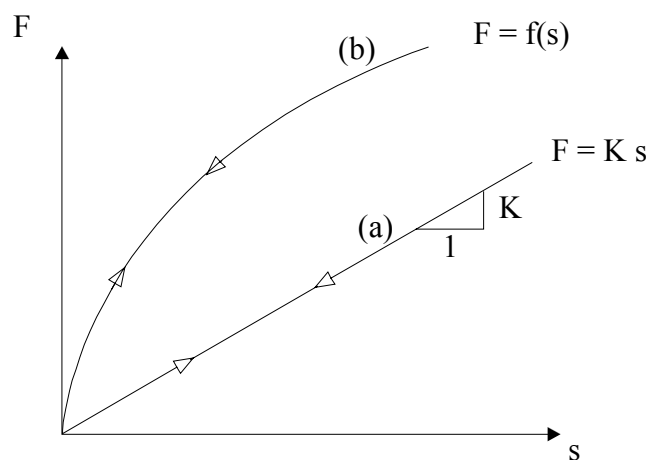


Figura 5.2. - Comportamento elastico lineare (a) e non lineare (b)

5.2 Modello plastico

Il **comportamento** di un corpo è definito **plastico** se, raggiunta una determinata soglia di sollecitazione, si manifestano deformazioni permanenti (ossia che si conservano anche una volta rimosse le sollecitazioni) e indipendenti dalla durata delle sollecitazioni applicate. La relazione sforzi-deformazioni è quindi indipendente dal tempo e non biunivoca: ad uno stesso valore della deformazione, s , possono corrispondere valori diversi della sollecitazione, F .

La plasticità di un mezzo può essere rappresentata mediante un pattino ad attrito, secondo lo schema monodimensionale semplificato rappresentato in Figura 5.3 (**schema di Coulomb**). Se si immagina di applicare una forza F all'estremità libera del carrello collegato al pattino, si osserva che non si hanno spostamenti fino a che la sollecitazione non raggiunge un valore limite F^* . In corrispondenza di tale valore lo spostamento plastico può avvenire a forza applicata costante (**mezzo plastico perfetto**) (linea (a) di Figura 5.4) op-

pure progredire con aumento della forza applicata (linea (b) di Figura 5.4) o diminuzione della forza applicata (linea (c) di Figura 5.4).

In questi casi si parla, rispettivamente, di **mezzo incrudente positivamente** o **negativamente**. Annullando la forza F non si ha alcun recupero dello spostamento accumulato come è possibile osservare in Figura 5.5; incrementando nuovamente la forza F il pattino rimarrà fermo nella posizione assunta sotto il carico precedente, fino a che l'intensità della forza applicata non raggiunge il nuovo valore limite F^* , che sarà uguale al precedente per mezzo plastico perfetto, maggiore per mezzo incrudente positivamente, minore per mezzo incrudente negativamente.

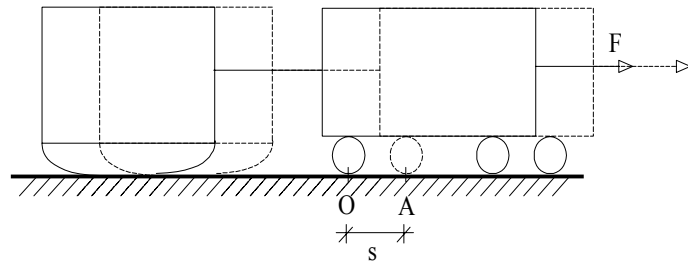


Figura 5.3 – Schema di Coulomb per un mezzo plastico

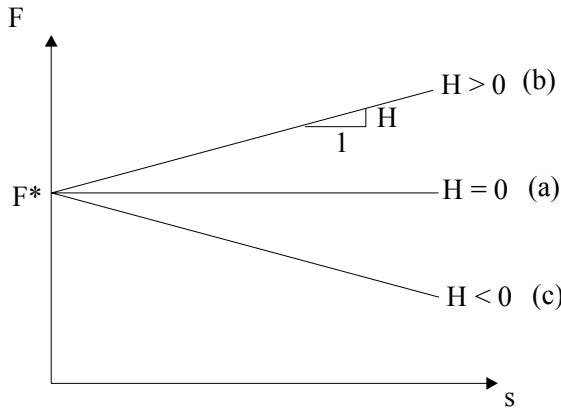


Figura 5.4 – Andamento tensioni-deformazioni per un mezzo plastico perfetto (a), incrudente positivamente (b) e negativamente (c).

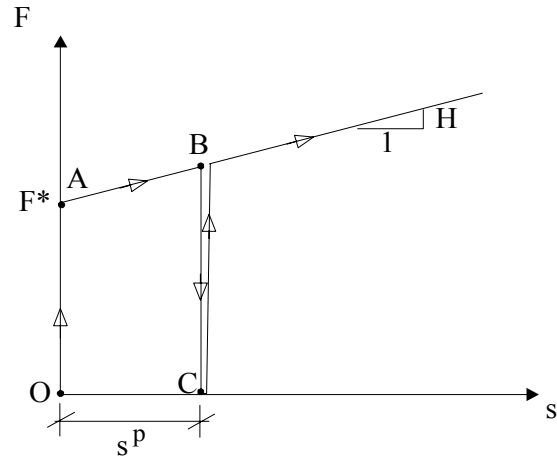


Figura 5.5 – Deformazione permanente per un mezzo plastico.

La relazione tra lo spostamento plastico, ds^p , e l'aliquota di forza che eccede F^* , dF^* , è del tipo:

$$ds^p = \frac{1}{H} dF^* \tag{Eq. 5.3}$$

dove H, detto **coefficiente di incrudimento**, sarà uguale a zero per mezzo plastico perfetto, positivo per mezzo incrudente positivamente, negativo per mezzo incrudente negativamente.

Nelle applicazioni geotecniche l'ipotesi di comportamento plastico è assunta nella trattazione dei problemi di stabilità, per i quali si fa riferimento alle condizioni di equilibrio limite (capacità portante delle fondazioni, stabilità dei pendii, delle opere di sostegno, ecc..)

5.3 Modello viscoso

Il mezzo viscoso è caratterizzato da deformazioni permanenti che si sviluppano con una velocità legata alla sollecitazione applicata. La velocità di deformazione si annulla all'annullarsi della sollecitazione. Il simbolo con cui si rappresenta la viscosità di un mezzo è lo *smorzatore viscoso* (o ammortizzatore idraulico) costituito da un pistone forato che scorre in un cilindro pieno di liquido. Lo schema monodimensionale semplificato del modello è rappresentato in Figura 5.6 (*schema di Newton*).

Se si immagina di applicare una forza F all'estremità libera del carrello e di registrarne lo spostamento s , si osserva una relazione tra F e la velocità di spostamento $\dot{s} = \frac{ds}{dt}$, ossia

(linea (a) di Figura 5.7):

$$F = f(\dot{s}) \tag{Eq. 5.4}$$

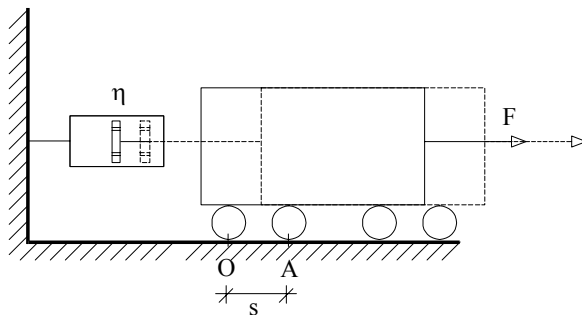


Figura 5.6 – Schema di Newton per un mezzo viscoso

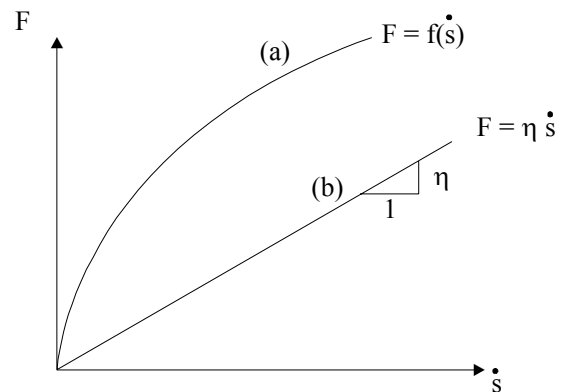


Figura 5.7 – Comportamento di un mezzo viscoso (a) e di un mezzo viscoso perfetto (b)

Se $f(\dot{s})$ è una funzione lineare (linea (b) di Figura 5.7), ovvero:

$$F = \eta \cdot \dot{s} \tag{Eq. 5.5}$$

con $\eta = \text{costante}$, si parla di *mezzo viscoso perfetto o newtoniano*, con η *viscosità* del mezzo.

5.4 Modelli reologici complessi

I modelli semplici descritti nei precedenti paragrafi possono essere combinati tra loro per ottenere in alcuni casi modelli più adatti a schematizzare il comportamento del terreno.

La combinazione può essere fatta in serie o in parallelo.

Nel primo caso lo spostamento risultante è la somma dei singoli spostamenti e la forza è la stessa per tutti i componenti; nel secondo caso la forza è la somma delle forze nei singoli componenti mentre lo spostamento è lo stesso.

Tra le possibili combinazioni verranno esaminate nel seguito:

- il modello elasto-viscoso in parallelo (modello di Kelvin –Terzaghi)
- il modello elasto-plastico incrudente

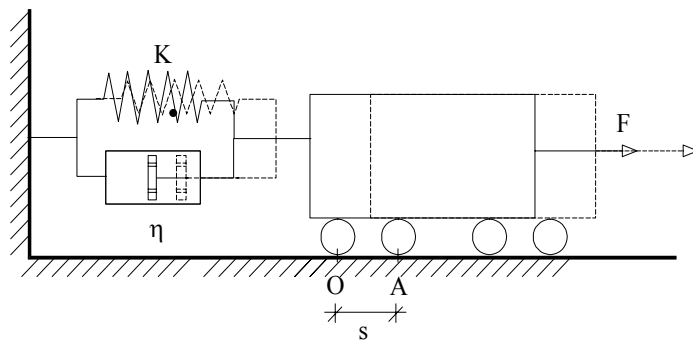
5.4.1 Modello elasto-viscoso in parallelo (modello di Kelvin –Terzaghi)

Lo schema monodimensionale semplificato che rappresenta questo modello è riportato in Figura 5.8.

Se F^e rappresenta la forza che agisce sulla molla, F^v quella agente sullo smorzatore, s^e ed s^v i rispettivi spostamenti, si ha:

$$F = F^e + F^v \tag{Eq. 5.6}$$

$$s = s^e = s^v \tag{Eq. 5.7}$$



Sostituendo ad F^e e F^v le rispettive espressioni in funzione s ed \dot{s} si ottiene:

$$F = Ks + \eta \dot{s} \tag{Eq. 5.8}$$

Integrando l'equazione precedente nell'ipotesi che lo spostamento iniziale sia nullo ($s(0) = 0$) e che venga applicata istantaneamente una forza $F = F_0$, si ha:

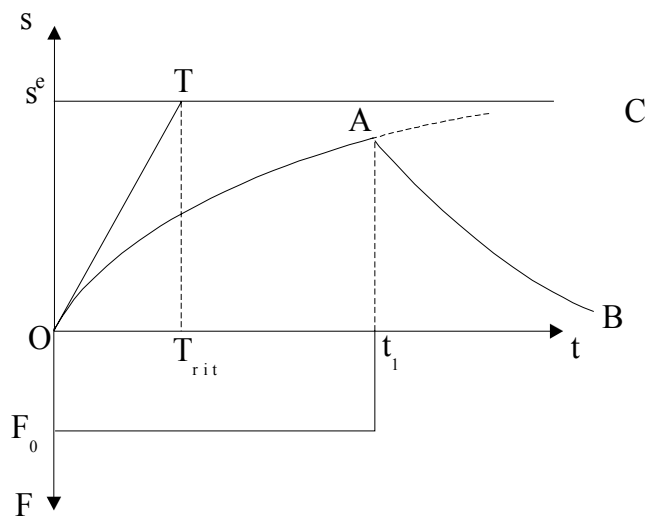
Figura 5.8 – Schema semplificato del modello di Kelvin-Terzaghi

$$s(t) = \frac{F_0}{K} \cdot \left(1 - e^{-\frac{tK}{\eta}}\right) = s^e \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{rit}}}\right) \tag{Eq. 5.9}$$

dove $T_{rit} = \eta/K$ è detto **tempo di ritardo**.

Lo spostamento progredisce nel tempo in funzione delle caratteristiche elastiche e viscoso del mezzo tendendo asintoticamente allo spostamento s^e che compete alla componente elastica (curva OAC in Figura 5.9).

La derivata dell'Eq. 5.9 è: $s(t) = \frac{s^e}{T_{rit}} \cdot e^{-\frac{t}{T_{rit}}}$ e per $t = 0$ risulta: $s(t = 0) = \frac{s^e}{T_{rit}}$



Quindi T_{rit} rappresenta l'ascissa corrispondente al punto di intersezione tra $s = s^e$ e la tangente nell'origine (indicato con T in Figura 5.9).

Se all'istante t_1 la forza viene rimossa, il ritorno nella posizione originaria è ritardato dalla presenza dello smorzatore (curva AB in Figura 5.9).

Il modello di Kelvin-Terzaghi è utilizzato nell'interpretazione della teoria della consolidazione edometrica.

Figura 5.9 – Andamento nel tempo degli spostamenti nel modello di Kelvin-Terzaghi

5.4.2 Modello elasto-plastico incrudente

Lo schema monodimensionale di questo modello è rappresentato da una molla ed un pattino ad attrito in serie (Figura 5.10). In questo caso, se si immagina di applicare una forza al carrello lo spostamento sarà inizialmente pari a quello elastico della molla.

Raggiunto il valore di soglia della forza, F^* (rappresentato dal punto A in Figura 5.11), inizierà a muoversi anche il pattino e l'incremento di spostamento ds del carrello, conseguente ad un incremento di forza dF^* (rappresentato in Figura 5.11 dal tratto AB), sarà dato da:

$$ds = ds^e + ds^p = \lambda dF^* \tag{Eq. 5.10}$$

essendo ds^e e ds^p gli incrementi di spostamento che competono rispettivamente alla molla e al pattino.

Essendo $ds^e = k dF^*$, con k pari all'inverso della costante elastica del mezzo, K , si avrà:

$$ds^p = ds - ds^e = (\lambda - k)dF^* \tag{Eq. 5.11}$$

Il coefficiente di incrudimento del mezzo sarà dato da:

$$H = dF^*/ds^p = 1/(\lambda - k) \tag{Eq. 5.12}$$

Con un modello elasto-plastico incrudente si interpreta la compressibilità edometrica dei terreni sovraconsolidati.

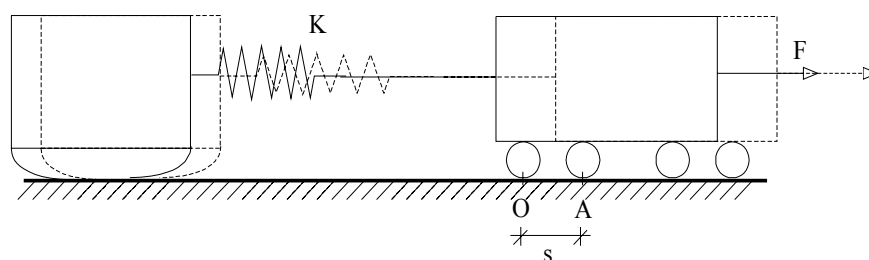


Figura 5.10 – Schema semplificato del modello elasto-plastico inelastico

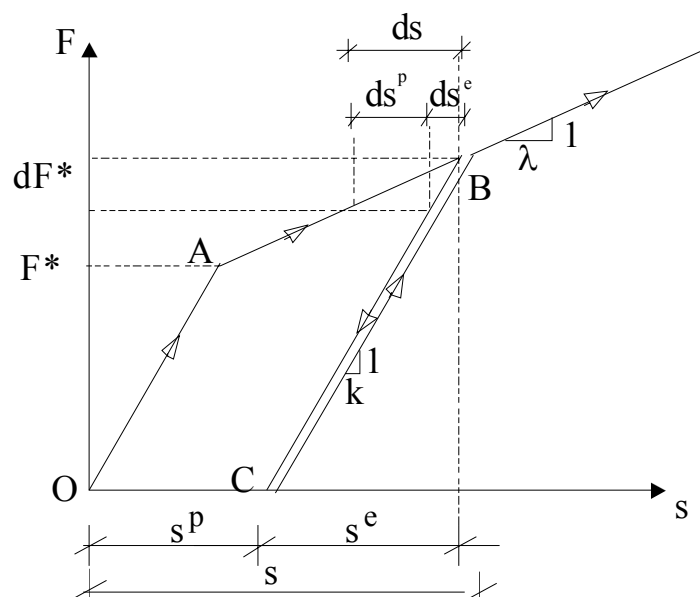


Figura 5.11 – Comportamento di un mezzo elasto-plastico inelastico

CAPITOLO 6

PRESSIONI DI CONTATTO E DIFFUSIONE DELLE TENSIONI IN UN SEMISPAZIO ELASTICO

6.1 Pressioni di contatto

Una fondazione superficiale trasmette al terreno il carico proveniente dalla struttura in elevazione. Le pressioni mutue all'intradosso della fondazione sono dette **pressioni di contatto**. La distribuzione delle pressioni di contatto dipende dall'entità e distribuzione del carico all'estradosso della fondazione, dalla rigidità della struttura di fondazione e dalla rigidità del terreno di fondazione.

In Figura 6.1 sono qualitativamente rappresentati gli effetti della rigidità della struttura di fondazione e della rigidità del terreno di appoggio sulla distribuzione della pressione di contatto per fondazioni soggette ad un carico uniforme.

Se la fondazione è priva di rigidità, ovvero non resistente a flessione, la distribuzione delle pressioni di contatto è necessariamente eguale alla distribuzione del carico applicato, e la sua deformata si adatta ai cedimenti del terreno. Se il terreno di appoggio ha eguale rigidità sotto ogni punto della fondazione (argilla), il cedimento è massimo in mezzeria e minimo al bordo, ovvero la deformata ha concavità verso l'alto. Se invece il terreno di appoggio ha rigidità crescente con la pressione di confinamento (sabbia), il cedimento è minimo in mezzeria e massimo al bordo, ovvero la deformata ha concavità verso il basso (Figura 6.1a). Lo schema di fondazione priva di rigidità si applica, ad esempio, alle fondazioni dei rilevati.

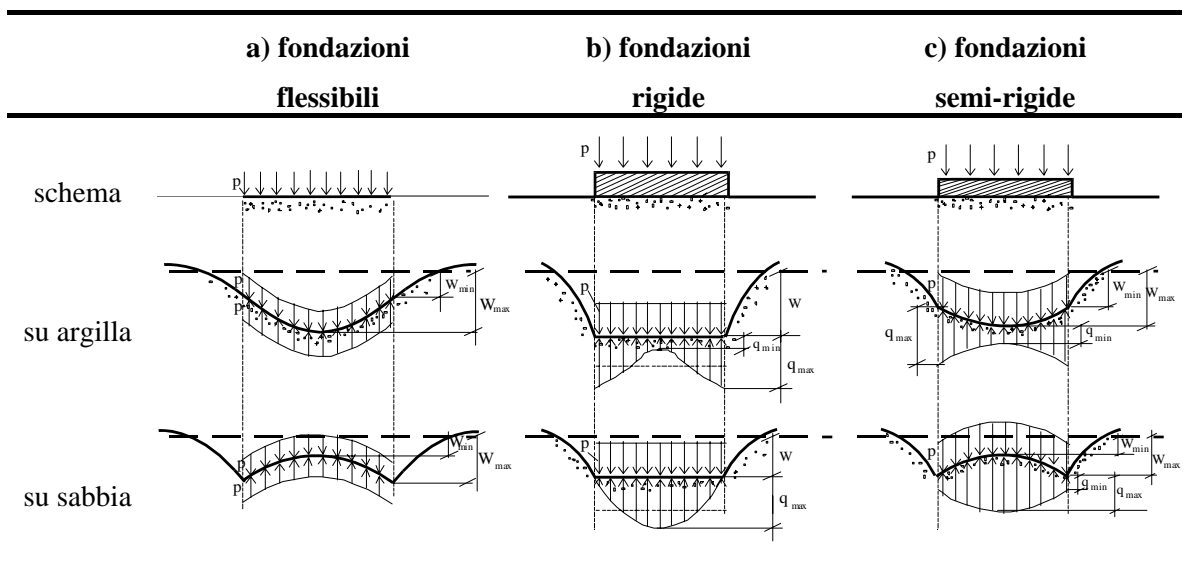


Figura 6.1: Pressioni di contatto e cedimenti per fondazioni superficiali su terreno omogeneo soggette a carico verticale uniforme

Se la fondazione ha rigidità infinita, ovvero è indeformabile e di infinita resistenza a flessione, per effetto di un carico a risultante verticale centrata, subisce una traslazione verticale rigida (cedimenti uniformi). La distribuzione delle pressioni di contatto è simmetrica per equilibrio e dipende dalla rigidità del terreno di appoggio. Se il terreno di appoggio ha eguale rigidità sotto ogni punto della fondazione (argilla), le pressioni di contatto sono massime al bordo e minime in mezzeria. Viceversa se terreno di appoggio ha rigidità crescente con la pressione di confinamento (sabbia), le pressioni di contatto sono massime al centro e minime al bordo (Figura 6.1b). Lo schema di fondazione infinitamente rigida si applica, ad esempio, a plinti in calcestruzzo, alti e poco armati.

Se la fondazione ha rigidità finita, il suo comportamento è intermedio fra i due sopradescritti, ovvero ha una deformata curvilinea ma meno pronunciata di quella della fondazione priva di rigidità, con concavità verso l'alto o verso il basso a seconda del tipo di terreno di appoggio (Figura 6.1c). Lo schema di fondazione di rigidità finita si applica, ad esempio, alle platee di fondazione.

Se il carico proveniente dalla struttura in elevazione (e applicato all'estradosso della struttura di fondazione) non è uniforme ma ha comunque risultante verticale centrata, la distribuzione delle pressioni di contatto è:

- per fondazioni flessibili, eguale alla distribuzione del carico applicato,
- per fondazioni di rigidità infinita, eguale alla distribuzione per carico uniforme di pari risultante,
- per fondazioni di rigidità finita, intermedia ai due casi precedenti¹.

6.2 Diffusione delle tensioni nel terreno

La realizzazione di un'opera di ingegneria geotecnica produce un'alterazione dello stato di tensione naturale nel terreno, e quindi deformazioni e cedimenti.

Per stimare i cedimenti è necessario conoscere: a) lo stato tensionale iniziale nel sottosuolo, b) l'incremento delle tensioni prodotto dalla realizzazione dell'opera, e c) la relazione fra incrementi di tensione e incrementi di deformazione (legge costitutiva).

Lo stato tensionale iniziale nel sottosuolo corrisponde alle tensioni geostatiche, di cui abbiamo discusso nel Capitolo 3.

Per la stima, approssimata, dell'incremento delle tensioni verticali nel sottosuolo, da cui principalmente dipendono i cedimenti in superficie, si fa spesso riferimento al modello di semispazio omogeneo, isotropo, elastico lineare e senza peso che, pur avendo un comportamento per molti aspetti diverso da quello dei terreni reali, fornisce soluzioni sufficientemente accurate ai fini progettuali.

In particolare, le principali differenze tra il modello del continuo elastico e i terreni reali, sono:

1. raramente i depositi di terreno reale sono costituiti da un unico strato di grande spessore, più spesso sono stratificati, e ogni strato ha differente rigidità, e/o è presente

¹ Ai soli fini del calcolo strutturale delle fondazioni, per la stima della distribuzione delle pressioni di contatto, si fa spesso riferimento al modello di Winkler, argomento che esula dal presente corso.

- un substrato roccioso (bedrock) di rigidità molto superiore a quella degli strati sovrastanti²;
2. anche nel caso di terreno omogeneo, la rigidità dei terreni reali non è costante ma cresce con la profondità³;
 3. i terreni reali non sono isotropi. Il rapporto tra i moduli di deformazione in direzione verticale ed orizzontale, E_v/E_h , è di norma maggiore di uno per terreni normalmente consolidati e debolmente sovraconsolidati, mentre è minore di uno per terreni fortemente sovraconsolidati;
 4. l'ipotesi di elasticità lineare può essere accolta solo per argille sovraconsolidate e sabbie addensate limitatamente a valori molto bassi di tensione, ma non è accettabile per tutti gli altri casi⁴.

La non corrispondenza fra le ipotesi del modello e la realtà fisica, porta a risultati generalmente inaccettabili in termini di deformazioni calcolate, ma accettabili limitatamente alla stima delle tensioni verticali. Pertanto, con una procedura teoricamente non corretta ma praticamente efficace e molto comune in ingegneria geotecnica, si utilizzano modelli diversi (leggi costitutive diverse) per risolvere aspetti diversi dello stesso problema. Ad esempio, per una stessa fondazione superficiale, si utilizza il modello rigido-perfettamente plastico per il calcolo della capacità portante, il modello continuo elastico lineare per la stima delle tensioni verticali indotte in condizioni di esercizio, il modello edometrico per il calcolo dei cedimenti e del decorso dei cedimenti nel tempo, il modello di Winkler per il calcolo delle sollecitazioni nella struttura di fondazione, etc...

6.2.1 *Tensioni indotte da un carico verticale concentrato in superficie (problema di Boussinesq)*

Il matematico francese Boussinesq, nel 1885, fornì la soluzione analitica del problema capostipite di tutte le successive soluzioni elastiche: tensioni e deformazioni indotte da una forza applicata ortogonalmente sulla superficie di un semispazio ideale, continuo, omogeneo, isotropo, elastico lineare e privo di peso.

Con riferimento allo schema di Figura 6.2 le tensioni indotte in un generico punto di tale semispazio, valgono (in coordinate cilindriche)⁵:

² Esistono soluzioni elastiche che considerano il terreno stratificato e/o il bedrock. La presenza di un bedrock porta a valori della tensione verticale indotta superiori a quelli del semispazio omogeneo.

³ Esistono soluzioni elastiche che considerano il modulo di Young linearmente crescente con la profondità. Tali soluzioni portano a valori della tensione verticale indotta superiori a quelli del semispazio omogeneo.

⁴ Per carichi concentrati l'ipotesi di elasticità lineare conduce a valori infiniti della tensione in corrispondenza del carico. Non esiste un materiale reale capace di resistere a tensioni infinite. (E d'altra parte anche i carichi concentrati sono solo un'astrazione matematica).

⁵ Con riferimento ad un caso reale, quindi ad un terreno dotato di peso, le tensioni ottenute dalla soluzione di Boussinesq (e per i casi di seguito considerati) vanno sommate alle tensioni geostatiche preesistenti.

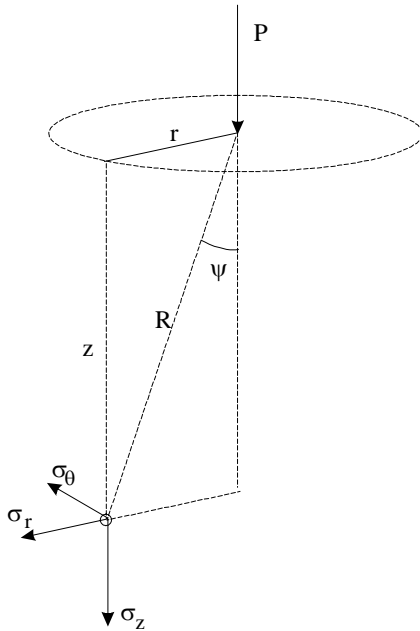


Figura 6.2: Carico concentrato, problema di Boussinesq

$$\sigma_z = \frac{3 \cdot P}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{z^3}{R^5} \quad \text{Eq. (6.1)}$$

$$\sigma_r = -\frac{P}{2 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot \left[-\frac{3 \cdot r^2 \cdot z}{R^3} + \frac{(1-2 \cdot \nu) \cdot R}{(R+z)} \right] \quad \text{Eq. (6.2)}$$

$$\sigma_\theta = -\frac{(1-2 \cdot \nu) \cdot P}{2 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot \left[\frac{z}{R} - \frac{R}{(R+z)} \right] \quad \text{Eq. (6.3)}$$

$$\tau_{rz} = \frac{3 \cdot P}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{z^2 \cdot r}{R^5} \quad \text{Eq. (6.4)}$$

dove $R^2 = r^2 + z^2$

Si osservi che l'Eq. 6.1, che permette di calcolare la tensione verticale indotta, non contiene il coefficiente di Poisson, ν .

La distribuzione delle tensioni verticali su un piano orizzontale alla profondità z dal p.c. è una superficie di rivoluzione avente forma di una campana, simile alla curva gaussiana, il cui volume è pari al carico applicato in superficie. Al crescere di z la campana è sempre più estesa e schiacciata. A profondità $z=0$, la campana degenera in una tensione infinita su un'area infinitesima, ovvero nel carico applicato P . A titolo di esempio in Figura 6.3 sono rappresentate le distribuzioni di tensione verticale indotte da un carico concentrato $P=100\text{kN}$ alle profondità $z = 2\text{m}$, 5m e 10m .

La distribuzione delle tensioni verticali al variare della profondità z per un assegnato valore della distanza orizzontale r dall'asse di applicazione della forza P , è indicata in Figura 6.4. Per $r=0$, ovvero in corrispondenza del carico applicato, la tensione a profondità $z=0$ è infinita per poi decrescere monotonicamente al crescere di z . Per $r>0$, la pressione verticale vale 0 alla profondità $z=0$, poi cresce con z fino ad un valore massimo per poi decrescere tendendo al valore zero. A titolo di esempio in Figura 6.4 sono rappresentate le distribuzioni di tensione verticale indotte da un carico concentrato $P = 100\text{kN}$ alle distanze $r = 0\text{m}$, 2m e 5m .

Poiché per l'ipotesi di elasticità lineare è valido il principio di sovrapposizione degli effetti, la soluzione di Boussinesq è stata integrata per ottenere le soluzioni elastiche relative a differenti condizioni di carico applicato in superficie.

Le più frequentemente usate nella pratica professionale sono le seguenti.

6.2.2 Tensioni indotte da un carico verticale distribuito su una linea retta in superficie

Con riferimento allo schema di Figura 6.5, le tensioni indotte da un carico verticale distribuito su una linea retta in superficie sono fornite dalle equazioni (6.5), (6.6), (6.7) e (6.8) (in coordinate cartesiane ed assumendo l'asse y orientato secondo la direzione della linea di carico):

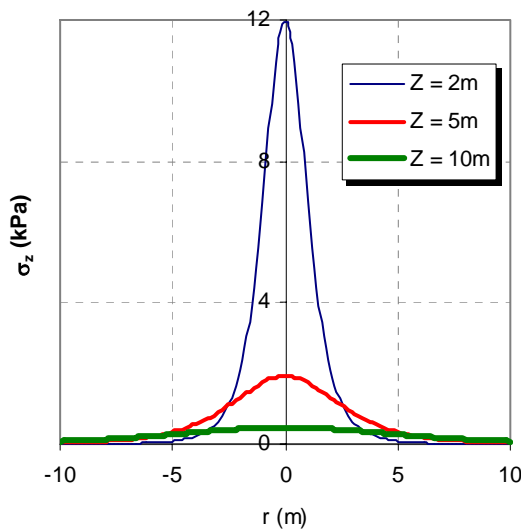


Figura 6.3 - Distribuzioni di tensione verticale indotte in un semispazio alla Boussinesq da un carico $P=100kN$ alle profondità $z = 2m, 5m$ e $10m$

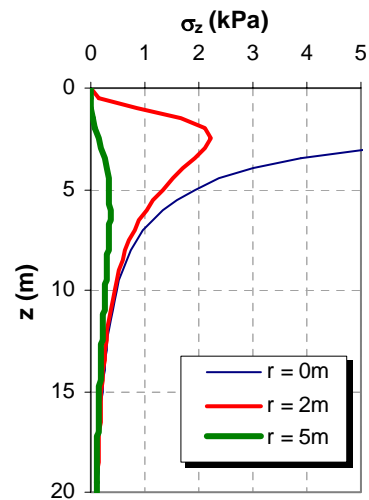
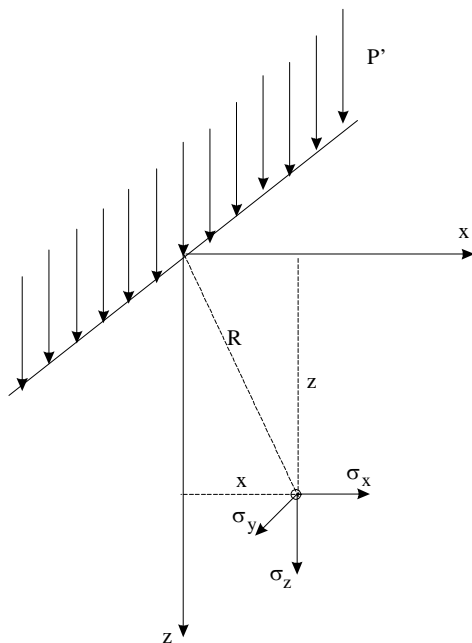


Figura 6.4 - Distribuzioni di tensione verticale indotte in un semispazio alla Boussinesq da un carico $P = 100kN$ alle distanze $r = 0m, 2m$ e $5m$



$$\sigma_z = \frac{2 \cdot P'}{\pi} \cdot \frac{z^3}{R^4} \quad (\text{Eq. 6.5})$$

$$\sigma_x = \frac{2 \cdot P'}{\pi} \cdot \frac{z \cdot x^2}{R^4} \quad (\text{Eq. 6.6})$$

$$\sigma_y = \frac{2 \cdot P'}{\pi} \cdot \nu \cdot \frac{z}{R^2} \quad (\text{Eq. 6.7})$$

$$\tau_{xy} = \frac{2 \cdot P'}{\pi} \cdot \frac{x \cdot z^2}{R^4} \quad (\text{Eq. 6.8})$$

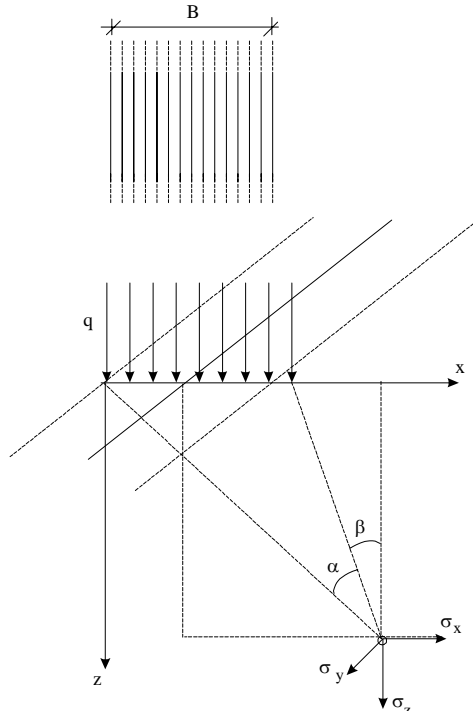
dove P' è il carico per unità di lunghezza, e $R^2 = x^2 + z^2$.⁶

Figura 6.5 - Carico distribuito su una linea retta

⁶ Si osservi come le tensioni, per evidenti ragioni di simmetria, siano indipendenti da y .

6.2.3 Tensioni indotte da una pressione verticale uniforme su una striscia indefinita

Con riferimento allo schema di Figura 6.6, le tensioni indotte da una pressione verticale uniforme su una striscia indefinita sono fornite dalle equazioni (6.9), (6.10), (6.11) e (6.12) (in coordinate cartesiane ed assumendo l'asse y orientato secondo la direzione della striscia di carico).



$$\sigma_z = \frac{q}{\pi} \cdot [\alpha + \text{sen}\alpha \cdot \cos(\alpha + 2 \cdot \beta)] \quad (\text{Eq. 6.9})$$

$$\sigma_x = \frac{q}{\pi} \cdot [\alpha - \text{sen}\alpha \cdot \cos(\alpha + 2 \cdot \beta)] \quad (\text{Eq. 6.10})$$

$$\sigma_y = \frac{2 \cdot q}{\pi} \cdot \nu \cdot \alpha \quad (\text{Eq. 6.11})$$

$$\tau_{xy} = \frac{q}{\pi} \cdot \text{sen}\alpha \cdot \text{sen}(\alpha + 2 \cdot \beta) \quad (\text{Eq. 6.12})$$

dove q è il carico per unità di superficie, α e β sono espressi in radianti, β è negativo per punti sotto l'area caricata.

Figura 6.6: Pressione uniforme su striscia indefinita

6.2.4 Tensioni indotte da una pressione verticale triangolare su una striscia indefinita

Con riferimento allo schema di Figura 6.7, le tensioni indotte da una pressione verticale triangolare su una striscia indefinita sono fornite dalle equazioni (6.13), (6.14) e (6.15) (in coordinate cartesiane ed assumendo l'asse y orientato secondo la direzione della striscia di carico):

$$\sigma_z = \frac{q}{\pi} \cdot \left(\frac{x}{B} \cdot \alpha - \frac{1}{2} \cdot \text{sen}2\beta \right) \quad (\text{Eq. 6.13})$$

$$\sigma_x = \frac{q}{\pi} \cdot \left[\frac{x}{B} \cdot \alpha - \frac{z}{B} \cdot \ln \left(\frac{R_1^2}{R_2^2} \right) + \frac{1}{2} \cdot \text{sen}2\beta \right] \quad (\text{Eq. 6.14})$$

$$\tau_{xz} = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \left(1 + \cos 2\beta - 2 \cdot \frac{z}{B} \cdot \alpha \right) \quad (\text{Eq. 6.15})$$

dove q è il valore massimo del carico per unità di superficie, α e β sono espressi in radianti, β è negativo per punti sotto l'area caricata.

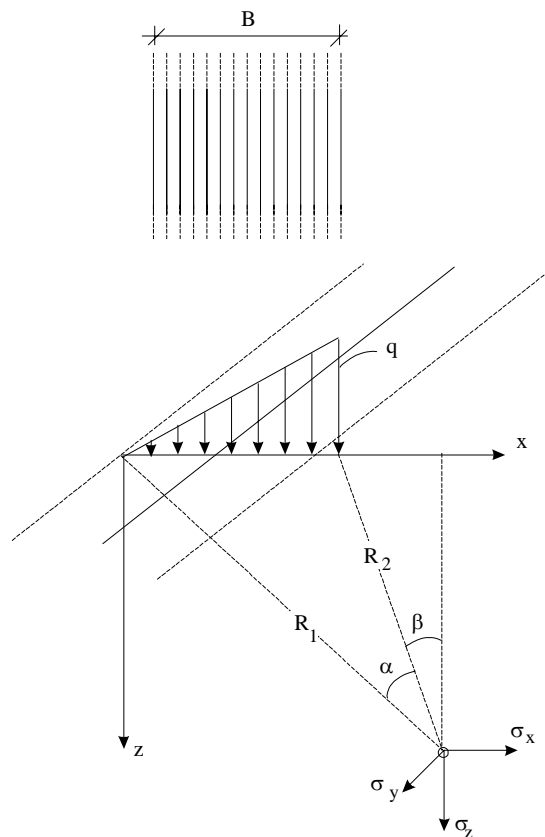


Figura 6.7 - Pressione triangolare su striscia indefinita

6.2.5 Tensione verticale indotta da una pressione verticale trapezia su una striscia indefinita

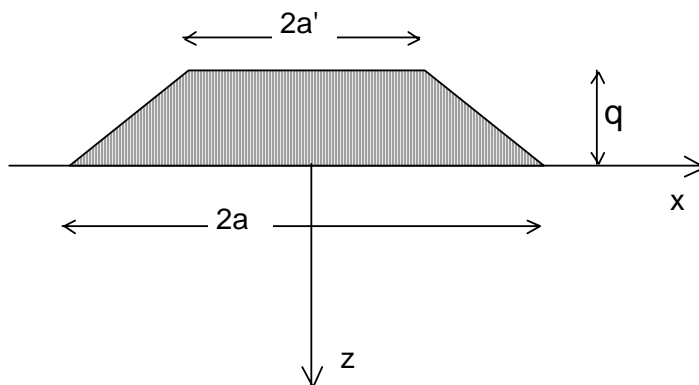


Figura 6.8 - Pressione trapezia su striscia indefinita

Il caso della pressione verticale trapezia, di uso molto frequente poiché corrisponde al carico trasmesso da rilevati stradali, può essere risolto per sovrapposizione di effetti utilizzando le equazioni delle strisce di carico rettangolare e triangolare.

Se interessa conoscere la tensione verticale in asse al rilevato, con riferimento allo schema ed ai simboli di Figura 6.8, può essere utilizzata, più semplicemente, la seguente equazione:

$$\sigma_{z(x=0)} = \frac{2 \cdot q}{(a - a') \cdot \pi} \left[a \cdot \arctan\left(\frac{a}{z}\right) - a' \cdot \arctan\left(\frac{a'}{z}\right) \right] \quad \text{Eq. (6.16)}$$

6.2.6 *Tensione verticale indotta da una pressione uniforme su una superficie circolare*

Con riferimento allo schema di carico di Figura 6.9, le tensioni verticali indotte in asse all'area caricata possono essere calcolate con la seguente equazione:

$$\sigma_{z(r=0)} = q \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{R}{z} \right)^2 \right]^3}} \right\} \quad \text{(Eq. 6.17)}$$

mentre per la stima delle tensioni indotte in corrispondenza di altre verticali si può fare riferimento alla Tabella 6.1 ed alle curve rappresentate in Figura 6.10.

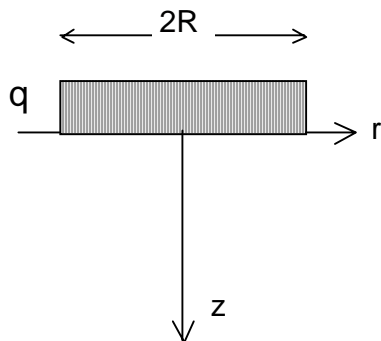


Figura 6.9 - Pressione uniforme su area circolare

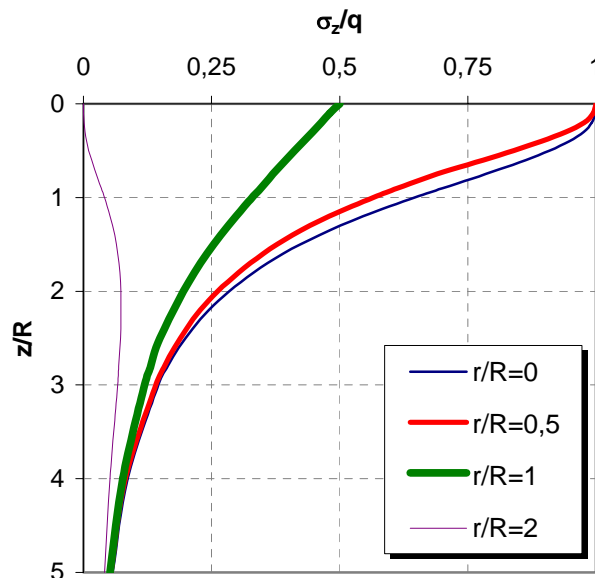


Figura 6.10 - Variazione della tensione verticale indotta da una pressione su area circolare per differenti verticali

Osservando la Figura 6.10 si può notare che alla profondità $z = 0$ in corrispondenza delle verticali interne all'area caricata ($r < R$) la pressione di contatto è pari alla pressione q agente sull'area circolare (fondazione flessibile), in corrispondenza delle verticali e-

sterne ($r > R$) la pressione di contatto è zero, e che in corrispondenza delle verticali sul bordo ($r = R$) la pressione di contatto è pari alla metà della pressione q .

6.2.7 *Tensioni indotte da una pressione uniforme su una superficie rettangolare*

La soluzione relativa al caso di un'area rettangolare uniformemente caricata è molto importante, non solo perché molte fondazioni hanno forma rettangolare, ma anche perché, sfruttando il principio di sovrapposizione degli effetti, permette di calcolare lo stato tensionale indotto da una pressione uniforme agente su un'area scomponibile in rettangoli.

Con riferimento allo schema di Figura 6.11, le tensioni indotte dal carico in un punto sulla verticale per uno spigolo O dell'area caricata, posto:

Tabella 6.1: *Variazione della tensione verticale indotta da una pressione su area circolare per differenti verticali (dati relativi alla Figura 6.10)*

r/R	0	0,5	1	2
z/R	σ_z / q			
0	1,000	1,000	0,500	0,000
0,1	0,999	0,995	0,481	0,000
0,2	0,992	0,977	0,464	0,001
0,3	0,976	0,941	0,447	0,003
0,4	0,948	0,894	0,430	0,006
0,5	0,910	0,840	0,412	0,010
0,6	0,863	0,780	0,395	0,016
0,7	0,811	0,718	0,378	0,022
0,8	0,758	0,664	0,362	0,028
0,9	0,700	0,612	0,346	0,035
1	0,646	0,565	0,329	0,041
1,2	0,546	0,480	0,298	0,052
1,4	0,461	0,408	0,268	0,061
1,6	0,390	0,351	0,241	0,067
1,8	0,332	0,303	0,217	0,071
2	0,284	0,262	0,195	0,073
2,2	0,245	0,228	0,176	0,073
2,4	0,213	0,201	0,158	0,073
2,6	0,186	0,178	0,142	0,071
2,8	0,164	0,158	0,131	0,069
3	0,146	0,141	0,119	0,067
4	0,086	0,082	0,077	0,052
5	0,057	0,054	0,052	0,041

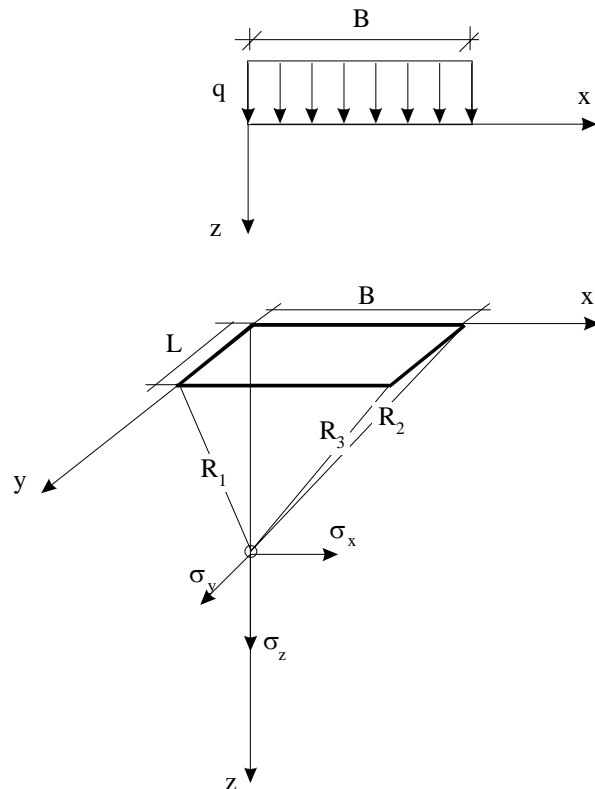


Figura 6.11- *Pressione uniforme su un'area rettangolare*

$$R_1 = (L^2 + z^2)^{0,5}$$

$$R_2 = (B^2 + z^2)^{0,5}$$

$$R_3 = (L^2 + B^2 + z^2)^{0,5}$$

valgono:

$$\sigma_z = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\arctan\left(\frac{L \cdot B}{z \cdot R_3}\right) + \frac{L \cdot B \cdot z}{R_3} \cdot \left(\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2}\right) \right] \quad \text{Eq. (6.18)}$$

$$\sigma_x = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\arctan\left(\frac{L \cdot B}{z \cdot R_3}\right) - \frac{L \cdot B \cdot z}{R_1^2 \cdot R_3} \right] \quad \text{Eq. (6.19)}$$

$$\sigma_y = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\arctan\left(\frac{L \cdot B}{z \cdot R_3}\right) - \frac{L \cdot B \cdot z}{R_2^2 \cdot R_3} \right] \quad \text{Eq. (6.20)}$$

$$\tau_{zx} = \frac{q}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\frac{B}{R_2} - \frac{B \cdot z^2}{R_1^2 \cdot R_3} \right] \quad \text{Eq. (6.21)}$$

Volendo conoscere lo stato tensionale in un punto del semispazio alla profondità z, sulla verticale di un punto M non coincidente con lo spigolo O del rettangolo, si procede per sovrapposizione di effetti di aree di carico rettangolari, nel modo seguente (Figura 6.12):

- a) M interno ad ABCD; le tensioni risultano dalla somma delle tensioni indotte in M dalle 4 aree (1), (2), (3) e (4), ciascuna con vertice in M:

$$\sigma_{zM(ABCD)} = \sigma_{zM(AA'MC')} + \sigma_{zM(A'BB'M)} + \sigma_{zM(B'DD'M)} + \sigma_{zM(D'CC'M)} \quad \text{Eq. (6.22)}$$

- b) M esterno ad ABCD; le tensioni risultano dalla somma algebrica delle tensioni indotte da rettangoli opportunamente scelti, sempre con vertice in M:

$$\sigma_{zM(ABCD)} = \sigma_{zM(AB'MC')} - \sigma_{zM(BB'MD'')} - \sigma_{zM(CD'MC')} + \sigma_{zM(DD'MD'')} \quad \text{Eq. (6.23)}$$

Può essere talvolta utile valutare anche i cedimenti elastici. L'equazione per il calcolo del cedimento in corrispondenza dello spigolo O dell'area flessibile di carico uniforme q, di forma rettangolare BxL su un semispazio continuo, elastico lineare, omogeneo e isotropo, avente modulo di Young E, e coefficiente di Poisson ν, è la seguente:

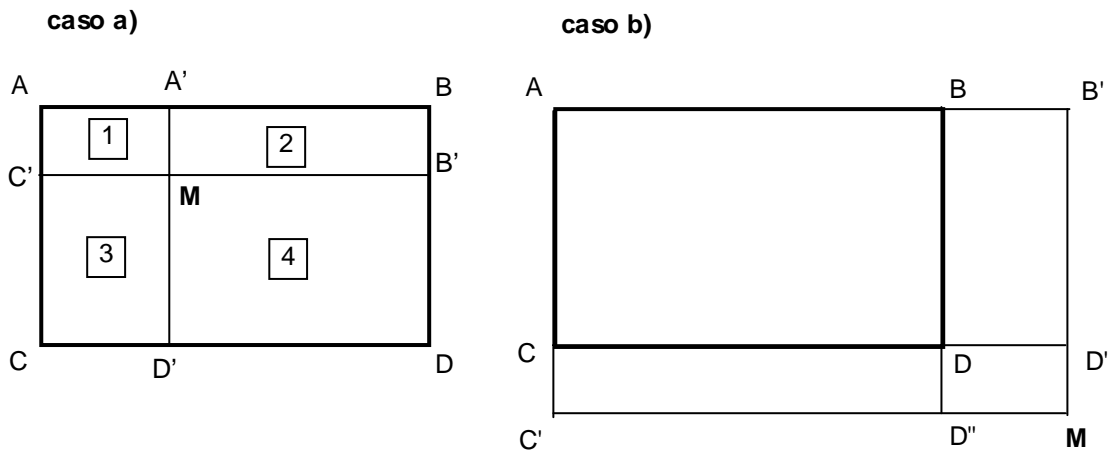


Figura 6.12 - Esempi di sovrapposizione di aree di carico rettangolari

posto $\xi = L/B$

$$w = \frac{q \cdot B}{\pi} \cdot \frac{(1 - \nu^2)}{E} \cdot \left[\ln(\xi + \sqrt{1 + \xi^2}) + \xi \cdot \ln\left(\frac{1 + \sqrt{1 + \xi^2}}{\xi}\right) \right] \quad \text{Eq. (6.24)}$$

L'Eq. 6.24 permette di calcolare il cedimento elastico in qualunque punto della superficie, per sovrapposizione degli effetti, con procedura analoga a quella sopra descritta per il calcolo delle tensioni verticali.

CAPITOLO 7

COMPRESSIBILITÀ E CONSOLIDAZIONE EDOMETRICA

La risultante delle deformazioni verticali che si manifestano in un terreno è comunemente indicata con il termine *cedimento* e di tale grandezza, nella pratica ingegneristica, interessa di solito conoscere sia l'entità sia l'evoluzione nel tempo.

I principali meccanismi che contribuiscono allo sviluppo dei cedimenti sono:

- compressione e inflessione delle particelle di terreno per incremento delle tensioni di contatto (tale fenomeno produce deformazioni in gran parte reversibili, ovvero elastiche);
- scorrimento relativo dei grani indotto dalle forze di taglio intergranulari (tale fenomeno produce deformazioni in gran parte irreversibili, ovvero plastiche);
- frantumazione dei grani in presenza di elevati livelli tensionali (le conseguenti deformazioni sono irreversibili);
- variazione della distanza tra le particelle dei minerali argillosi, dovuta a fenomeni di interazione elettrochimica (le conseguenti deformazioni sono in parte reversibili e in parte irreversibili in relazione alle caratteristiche del legame di interazione);
- compressione e deformazione dello strato di acqua adsorbita (le conseguenti deformazioni sono in gran parte reversibili, ovvero elastiche);

In definitiva, le deformazioni (e quindi i cedimenti) conseguono direttamente alla:

1. compressione delle particelle solide (incluso lo strato di acqua adsorbita);
2. compressione dell'aria e/o dell'acqua all'interno dei vuoti;
3. espulsione dell'aria e/o dell'acqua dai vuoti.

Per i valori di pressione che interessano nella maggior parte dei casi pratici, la deformabilità delle particelle solide è trascurabile. Inoltre, se il terreno è saturo, come spesso accade per i terreni a grana fine, anche la compressibilità del fluido interstiziale (acqua e/o miscela aria-acqua) può essere trascurata, essendo trascurabile la quantità di aria presente e l'acqua praticamente incompressibile. Pertanto, il cedimento nei terreni è dovuto prevalentemente al terzo termine ed in particolare all'espulsione dell'acqua dai vuoti¹.

Via via che l'acqua viene espulsa dai pori, le particelle di terreno si assestano in una configurazione più stabile e con meno vuoti, con conseguente diminuzione di volume.

Il processo di espulsione dell'acqua dai vuoti è un fenomeno dipendente dal tempo (ovvero dal coefficiente di permeabilità del terreno), l'entità della variazione di volume è legata alla rigidità dello scheletro solido.

¹ I cedimenti possono essere anche dovuti a costipamento, ovvero all'espulsione di aria da un terreno non saturo come conseguenza dell'applicazione di energia di costipamento (vedi capitolo 2), a deformazioni di taglio a volume costante, che si verificano nei terreni saturi e poco permeabili in condizioni non drenate all'atto stesso di applicazione dell'incremento delle tensioni, o a deformazioni volumetriche a pressione efficace costante, ovvero a creep (viscosità).

Si distinguono quindi i due concetti di compressibilità e consolidazione.

Compressibilità è la risposta in termini di variazione di volume di un terreno sottoposto ad un incremento dello stato tensionale (efficace, in base al principio delle pressioni efficaci). È necessario studiare la compressibilità di un terreno per stimare le deformazioni volumetriche ed i conseguenti cedimenti.

Consolidazione è la legge di variazione di volume del terreno nel tempo. È necessario studiare la consolidazione per stimare il decorso delle deformazioni volumetriche e dei conseguenti cedimenti, nel tempo.

Sebbene in linea di principio si possano applicare i concetti di compressibilità e di consolidazione sia a terreni granulari che a terreni a grana fine, in pratica interessano soprattutto questi ultimi, e particolarmente le argille, perché di norma responsabili di cedimenti maggiori e di tempi di consolidazione molto più lunghi.

7.1 Compressibilità edometrica

La compressibilità di un terreno viene spesso valutata in condizioni di carico assiale uniformemente distribuito e di assenza di deformazioni laterali; tali condizioni sono dette “edometriche” (dal nome della prova utilizzata per riprodurle, che verrà descritta nel seguito).

Le condizioni edometriche si realizzano ad esempio nel caso della formazione di un deposito di terreno per sedimentazione lacustre (v. anche Capitolo 3 – Tensioni geostatiche), il cui schema è riportato nella Figura 7.1a. Il terreno è immerso e quindi è saturo (tutti i vuoti sono pieni d’acqua); inoltre, essendo il deposito infinitamente esteso in direzione orizzontale, per simmetria non sono possibili deformazioni orizzontali.

In corrispondenza di un generico punto P (Figura 7.1a), la pressione efficace verticale (ed anche quella orizzontale) cresce gradualmente via via che avviene la sedimentazione e che il punto considerato, viene a trovarsi a profondità maggiori.

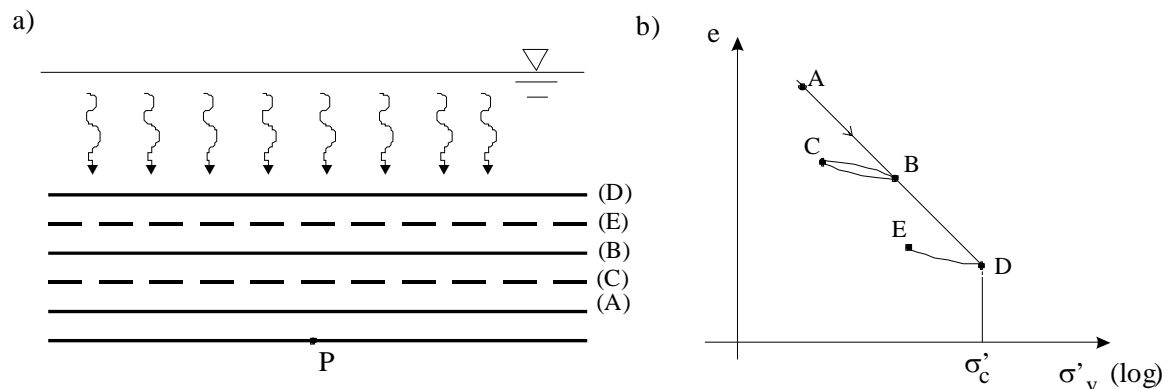


Figura 7.1 - Sedimentazione in ambiente lacustre con più cicli di carico e scarico (a) e variazione dell'indice dei vuoti con la pressione verticale efficace (b): A→B: compressione vergine, B→C: decompressione, C→B: ricompressione, B→D: compressione vergine, D→E: decompressione.

Per effetto dell'incremento di tensioni efficaci, il terreno subisce deformazioni volumetriche, ε_v , le quali, non essendo possibili deformazioni orizzontali, sono eguali alle deformazioni verticali (assiali), ε_a , ovvero:

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\Delta H}{H_0} = \varepsilon_a \quad (\text{Eq. 7.1})$$

essendo V_0 e H_0 il volume e l'altezza iniziale di un elemento di volume nell'intorno del punto P considerato, ΔV e ΔH le relative variazioni di volume e di altezza.

In Ingegneria Geotecnica, per tradizione, si fa più spesso riferimento alle variazioni di indice dei vuoti piuttosto che alle variazioni di volume.

Dalla definizione di deformazione volumetrica e ricordando la definizione di indice dei vuoti ($e = \frac{V_v}{V_s}$), si desume comunque la relazione:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\Delta e}{1 + e_0} = \frac{\Delta H}{H_0} \quad (\text{Eq. 7.2})$$

avendo indicato con e_0 l'indice dei vuoti iniziale dell'elemento di terreno considerato.

Rappresentando in un diagramma l'indice dei vuoti del terreno in funzione della pressione verticale efficace, riportata in scala logaritmica, nel caso in cui il deposito sia soggetto a più cicli di carico e scarico, ad esempio sedimentazione (A-B), seguita da erosione (B-C), di nuovo sedimentazione (C-D), fino a superare lo strato eroso, poi di nuovo erosione (D-E), si ottiene l'andamento qualitativo rappresentato nel grafico di Figura 7.1b.

In particolare, trascurando il piccolo ciclo di isteresi formato dai tratti BC (scarico) e CB (ricarico), si può osservare che:

- nelle fasi di primo carico (compressione vergine, tratti AB e BD) il comportamento deformativo del terreno è elasto-plastico, poiché nella successiva fase di scarico solo una parte delle variazioni di indice dei vuoti (e quindi delle deformazioni) viene recuperata;
- i tratti di primo carico appartengono alla stessa retta;
- nelle fasi di scarico e ricarico (tratti BC, CB e DE) il comportamento deformativo è elastico ma non elastico-lineare (il grafico di Figura 7.1b è in scala semilogaritmica);
- sia in fase di carico vergine che in fase di scarico e ricarico, essendo la relazione $e-\sigma'_v$ rappresentata da una retta in scala semilogaritmica, per ottenere un assegnato decremento dell'indice dei vuoti, Δe , occorre applicare un incremento di tensione verticale efficace $\Delta\sigma'_v$ tanto maggiore quanto più alto è il valore di tensione iniziale, ovvero la rigidità del terreno cresce progressivamente con la tensione applicata.

La massima pressione verticale efficace sopportata dall'elemento di terreno considerato è detta **pressione di consolidazione (o di preconsolidazione)**, σ'_p (ad esempio, nel caso di Figura 7.1 la pressione di consolidazione è rappresentata dall'ascissa del punto D del grafico. Quando l'elemento di terreno si trova in un punto appartenente alla retta ABD, è soggetto ad una pressione verticale efficace che non ha mai subito nel corso della sua sto-

ria precedente, ovvero è soggetto alla pressione di consolidazione; nei tratti BC e DE invece è soggetto ad una pressione verticale efficace minore di quella di consolidazione.

Un terreno il cui punto rappresentativo si trova sulla curva edometrica di carico vergine (ABD) si dice *normalmente consolidato (o normalconsolidato) (NC)*, mentre un terreno il cui punto rappresentativo si trova su una delle curve edometriche di scarico-ricarico (BC, CB, DE) si dice *sovraconsolidato (OC)*.

Il rapporto tra la pressione di consolidazione, σ'_p , e la pressione verticale efficace agente, σ'_{vo} , è detto, come già anticipato nel Capitolo 3, *grado di sovraconsolidazione*:

$$\text{OCR} = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{vo}}.$$

In conclusione, si può affermare che in condizioni edometriche (e non solo, come vedremo più avanti) il comportamento del terreno segue, con buona approssimazione, un modello elastico non lineare – plastico ad incrudimento positivo (vedi Capitolo 5).

La pressione di consolidazione rappresenta la soglia elastica (o di snervamento) del materiale. Per valori di tensione inferiori alla pressione di consolidazione (terreno OC) il comportamento è elastico non lineare. Se un terreno NC viene compresso la pressione di consolidazione, ovvero la soglia elastica aumenta di valore (incrudimento positivo).

La compressibilità dei terreni viene studiata in laboratorio mediante la “prova edometrica”, i cui risultati sono comunemente utilizzati per calcolare le deformazioni (e i cedimenti) conseguenti all’applicazione di carichi verticali in terreni a grana fine, come verrà illustrato più in dettaglio nei paragrafi seguenti e nel Capitolo 16 (cedimenti di fondazioni superficiali).

7.2 Determinazione sperimentale della compressibilità edometrica

Per studiare in laboratorio la compressibilità (e, come vedremo in seguito anche la consolidazione) nelle condizioni di carico verticale infinitamente esteso, strati orizzontali, filtrazione e deformazioni solo verticali (quali quelle presenti ad esempio durante il processo di formazione di un deposito per sedimentazione), viene impiegata una prova di compressione a espansione laterale impedita, detta *prova edometrica*.

La prova viene di norma eseguita su provini di terreno a grana fine (argille e limi) indisturbati (ovvero ricavati in modo da alterare il meno possibile la struttura naturale del terreno in sito. Vedi anche Capitolo 12).

I provini, di forma cilindrica e rapporto diametro/altezza (D/H_0) compreso tra 2,5 e 4 (molto spesso $D = 6\text{cm}$, $H_0 = 2\text{cm}$), durante la prova sono lateralmente confinati da un anello metallico, di rigidità tale da potersi considerare indeformabile. L’assenza di deformazioni radiali (che nello schema di formazione di un deposito descritto precedentemente consegue alle condizioni di estensione infinita e stratificazione orizzontale) è garantita dal vincolo meccanico costituito dall’anello. La forma schiacciata del provino è motivata dalle necessità di ridurre al minimo le tensioni tangenziali indesiderate di attrito e di aderenza con la parete dell’anello (che a tal fine viene lubrificata), e di contenere i tempi di consolidazione. Sulle basi inferiore e superiore del provino vengono disposti un disco di carta da filtro e uno di pietra porosa, per favorire il drenaggio. L’insieme provino-

anello rigido-pietre porose è posto in un contenitore (cella edometrica) pieno d'acqua, in modo da garantire la totale saturazione del provino durante la prova (Figura 7.2).

Le modalità standard di esecuzione della prova prevedono l'applicazione del carico verticale N per successivi incrementi, ciascuno dei quali è mantenuto il tempo necessario per consentire l'esaurirsi del cedimento di consolidazione primaria² (in genere 24h).

Quindi, diversamente dallo schema di formazione del deposito per sedimentazione, caratterizzato da un incremento graduale e continuo della pressione verticale (totale ed efficace), nella prova edometrica standard la tensione verticale totale è applicata per gradini, con discontinuità. Durante la permanenza di ciascun gradino di carico, viene misurata la variazione di altezza del provino, ΔH , nel tempo (tale informazione consente di studiare l'evoluzione nel tempo dei cedimenti, ovvero il processo di consolidazione, come verrà illustrato nel Paragrafo 7.7). Noto il valore di ΔH è possibile calcolare le deformazioni assiali (e volumetriche), $\varepsilon_a = \frac{\Delta H}{H_0}$, e le variazioni di indice dei vuoti (Eq. 7.2),

$$\Delta e = \frac{\Delta H}{H_0} \cdot (1 + e_0).$$

I valori della deformazione assiale e/o dell'indice dei vuoti corrispondenti al termine del processo di consolidazione primaria per ciascun gradino di carico³ (o più spesso, per comodità ma commettendo un errore, corrispondenti al termine delle 24h di permanenza del carico di ogni gradino), vengono diagrammati in funzione della corrispondente pressione verticale media efficace, $\sigma'_v = \frac{N}{A} = \frac{4 \cdot N}{\pi \cdot D^2}$. Collegando fra loro i punti sperimentali si disegnano le curve di compressibilità edometrica.

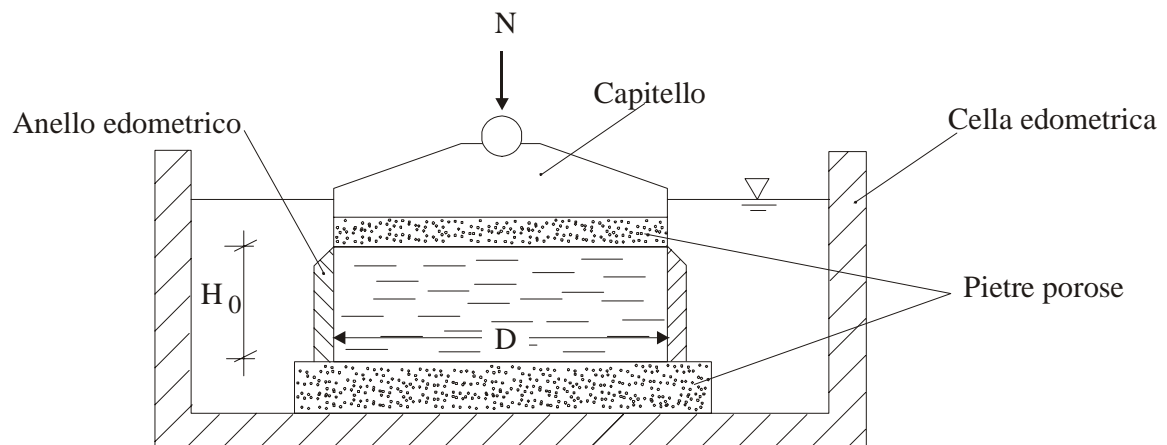


Figura 7.2– Cella edometrica

² La consolidazione primaria è distinta dalla consolidazione secondaria dovuta a fenomeni viscosi (Par. 7.9).

³ Le altezze del provino corrispondenti all'inizio e alla fine del processo di consolidazione primaria, per ciascun gradino di carico, si determinano mediante opportune procedure descritte nei Paragrafi 7.7.1 e 7.7.2.

Nel grafico in scala semilogaritmica della Figura 7.3, è rappresentato l'andamento dell'indice dei vuoti (asse delle ordinate a sinistra) e della deformazione assiale (asse delle ordinate a destra) in funzione della pressione verticale media efficace, ottenuto sperimentalmente da una prova edometrica standard condotta su un provino "indisturbato" di argilla⁴ (le due curve sono omologhe, in quanto le variabili ε_a e Δe sono proporzionali).

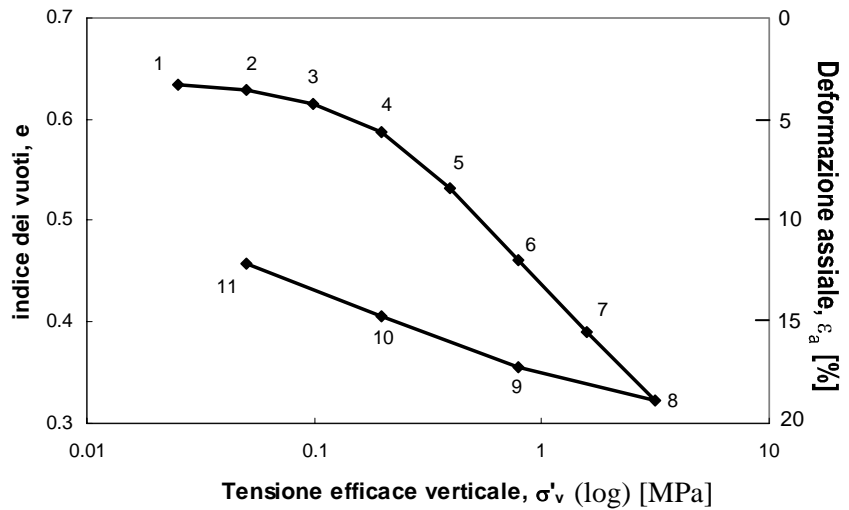


Figura 7.3 – Esempio di risultati di prova edometrica

Nel grafico si individuano tre tratti per la fase di carico:

- un tratto iniziale a debole pendenza (punti 1-2)
- un tratto intermedio a pendenza crescente (punti 2-5)
- un tratto finale a pendenza maggiore e quasi costante (punti 5-8).

La curva di scarico (punti 9-11) ha pendenza minore e quasi costante.

Il grafico può essere interpretato, alla luce di quanto detto al paragrafo precedente, tenendo conto della storia tensionale e deformativa subita dal provino di terreno. Il provino, quando si trovava in sito, era soggetto alla pressione litostatica. Durante il campionamento, l'estrazione, il trasporto, l'estrusione dal campionatore, ha subito una serie di disturbi (inevitabili) ed una decompressione fino a pressione atmosferica in condizioni di espansione libera⁵. A causa della decompressione il provino si è espanso e, a parità di contenuto in acqua, è diminuito il grado di saturazione e si sono generate pressioni interstiziali negative (vedi Capitolo 9). Poi è stato fustellato con l'anello metallico della prova edometrica⁶ e inserito nella cella riempita d'acqua, dove assorbendo acqua in condizioni di espansione laterale impedita ha in parte rigonfiato. Infine è iniziata la fase di carico. Il tratto iniziale della curva di Figura 7.3 (punti 1-2) corrisponde perciò ad un ricompressione in condizio-

⁴ Si osservi che i punti sperimentali hanno passo costante in ascissa. Essendo la scala delle ascisse logaritmica, ciò significa che gli incrementi di carico sono applicati con progressione geometrica. Nella fase di scarico il numero di punti sperimentali è minore (in genere la metà). Il primo gradino di carico è generalmente pari a 25 kPa, l'ultimo gradino deve essere tale da superare abbondantemente la pressione di preconsolidazione ($6 \div 8 \sigma'_c$)

⁵ Poiché il disturbo da campionamento è inevitabile, specie per i terreni normalmente consolidati, nessuna prova di laboratorio può riprodurre esattamente le condizioni in sito.

⁶ Per ridurre il disturbo prodotto dal fustellamento l'anello ha un bordo tagliente con parete interna verticale (vedi Figura 7.2).

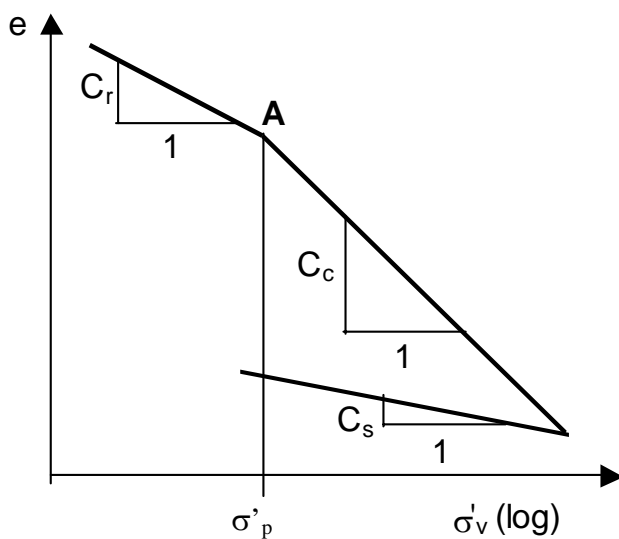
ni edometriche che tuttavia segue ad uno scarico (non rappresentato nel grafico) non edometrico. Perciò il primo tratto non è rettilineo, e comunque non ha pendenza eguale a quella del ramo di scarico.

Il secondo tratto della curva (punti 2-5) è marcatamente curvilineo e comprende il valore della pressione di consolidazione in sito, la cui determinazione sperimentale viene di norma eseguita con la costruzione grafica di Casagrande, descritta nel seguito.

Il terzo tratto della curva di carico (punti 5-8) corrisponde ad una compressione edometrica vergine o di primo carico.

Il grafico di Figura 7.3 viene utilizzato per stimare i parametri di compressibilità.

A tal fine, la curva sperimentale di compressione edometrica $e-\sigma'_v$, in scala semilogaritmica (Figura 7.3), viene approssimata, per le applicazioni pratiche, con tratti rettilinei a differente pendenza⁷ (Figura 7.4); il tratto di ginocchio a pendenza crescente è sostituito



con un punto angolare (punto A), corrispondente alla pressione di consolidazione, σ'_p . La pendenza del tratto iniziale è detta **indice di ri-compressione**, C_r , e non è molto significativo per i motivi sopradetti. La pendenza del tratto successivo al ginocchio, ovvero alla pressione di consolidazione, è detta **indice di compressione**, C_c . La pendenza nel tratto di scarico tensionale è detta **indice di rigonfiamento**, C_s ⁸.

Valori tipici di C_c sono compresi tra 0,1 e 0,8; C_s è dell'ordine di $1/5 \div 1/10$ del valore di C_c . Per una stima approssimata dell'indice di compressione per argille N.C. si può ricorrere alla seguente relazione:

Figura 7.4 - Schematizzazione della curva di compressione edometrica

$$C_c = 0,009 (w_L - 10) \tag{Eq. 7.3}$$

Per determinare la pressione di preconsolidazione sono state proposte varie procedure, tra cui la più comunemente utilizzata è quella di Casagrande, che prevede i seguenti passi (Figura 7.5):

1. si determina il punto di massima curvatura (M) del grafico semilogaritmico $e - \sigma'_v$
2. si tracciano per M la retta tangente alla curva (t), la retta orizzontale (o), e la retta bisettrice (b) dell'angolo formato da t ed o

⁷ Le pendenze nei diversi tratti sono date dal rapporto adimensionale $\frac{\Delta e}{\Delta \log_{10} \sigma'_v}$.

⁸ Sarebbe buona norma fare eseguire in laboratorio un intero ciclo di scarico-ricarico e determinare l'indice di rigonfiamento come pendenza dell'asse del ciclo di isteresi.

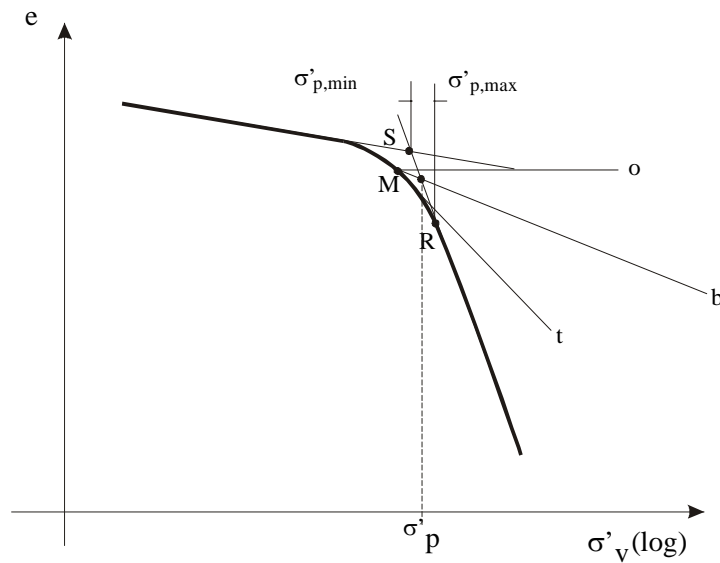


Figura 7.5 – Determinazione della pressione di preconsolidazione σ'_c con il metodo di Casagrande

3. l'intersezione di b con la retta corrispondente al tratto terminale della curva di primo carico individua la pressione di preconsolidazione.

Considerate le difficoltà spesso esistenti nell'individuare il punto di massima curvatura, è utile confrontare sempre il valore di σ'_p ottenuto, con i suoi possibili limiti inferiore e superiore:

- il primo è rappresentato dall'ascissa del punto di intersezione tra la retta di ricomprensione e quella di compressione vergine (punto S);
- il secondo dall'ascissa del punto R a partire dal quale la relazione $e-\log\sigma'$ diventa una retta.

Confrontando il valore della σ'_p , determinato sperimentalmente, con la tensione verticale efficace σ'_{v0} (calcolata) esistente in sito alla quota di prelievo del campione, si determina il grado di sovraconsolidazione OCR

La qualità del campione costituisce il requisito più importante per una affidabile determinazione delle pendenze e della σ'_p del deposito in esame (nel punto di prelievo del campione).

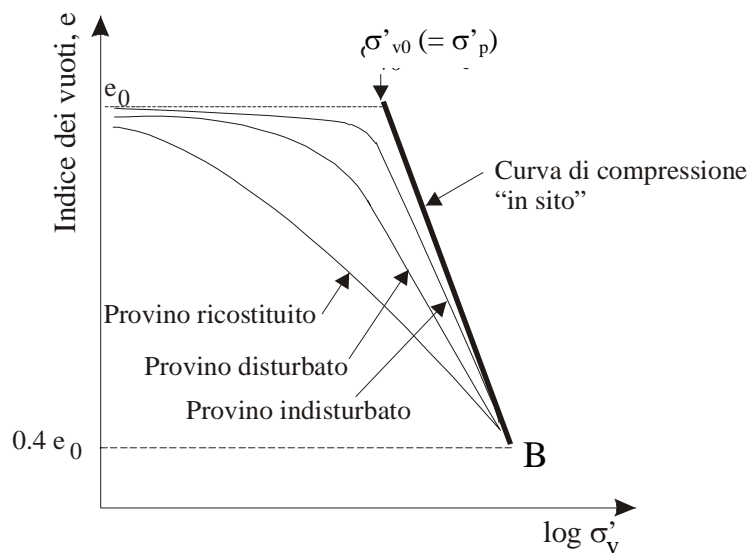


Figura 7.6 – Effetto del disturbo sulla curva di compressibilità edometrica

Il disturbo tende infatti a distruggere in parte o in tutto la struttura del terreno e le informazioni in essa contenute (in particolare la memoria dello stato tensionale), rendendo meno pronunciato il passaggio dal tratto di ricomprensione a quello di compressione, e alterando le pendenze rispetto alla curva in sito. Per migliorare l'interpretazione della prova si può ricorrere alle costruzioni di Schmertmann (1955). In Figura 7.6 sono mostrate le curve di compres-

sione edometrica di tre provini della stessa argilla con differente grado di disturbo e la curva di compressione in sito.

È stato osservato che, indipendentemente dal grado di disturbo le tre curve convergono in un punto che corrisponde ad un indice dei vuoti pari al 40% del valore iniziale. È pertanto ragionevole assumere che anche la curva che si riferisce alle condizioni in sito passi da quel punto. Schmertmann (1955) ha proposto di definire la curva di compressione in sito nel modo seguente:

per terreno NC (Figura 7.7):

1. si determina l'indice dei vuoti naturale del provino in sito, e_0 , (in base al contenuto naturale in acqua, w_n , ed al peso specifico dei costituenti solidi, $\gamma_{s,s}$) e si prolunga la curva sperimentale di compressione fino ad un valore dell'indice dei vuoti pari al 40% del valore naturale (punto B);
2. si stima la pressione verticale efficace geostatica alla profondità di estrazione del campione, σ'_{v0} , che per terreno NC coincide con la pressione di consolidazione, σ'_p ;
3. si disegna il punto A di coordinate (σ'_{v0}, e_0) ;
4. si traccia la retta AB che corrisponde alla migliore stima della curva di compressibilità in sito.

per terreno OC (Figura 7.8):

1. si esegue un programma di carico della prova edometrica comprendente un ciclo completo di scarico-ricarico a partire da una pressione superiore alla pressione di consolidazione (presunta)⁹, e si determina l'indice di rigonfiamento C_s come pendenza dell'asse del ciclo di isteresi, CD;

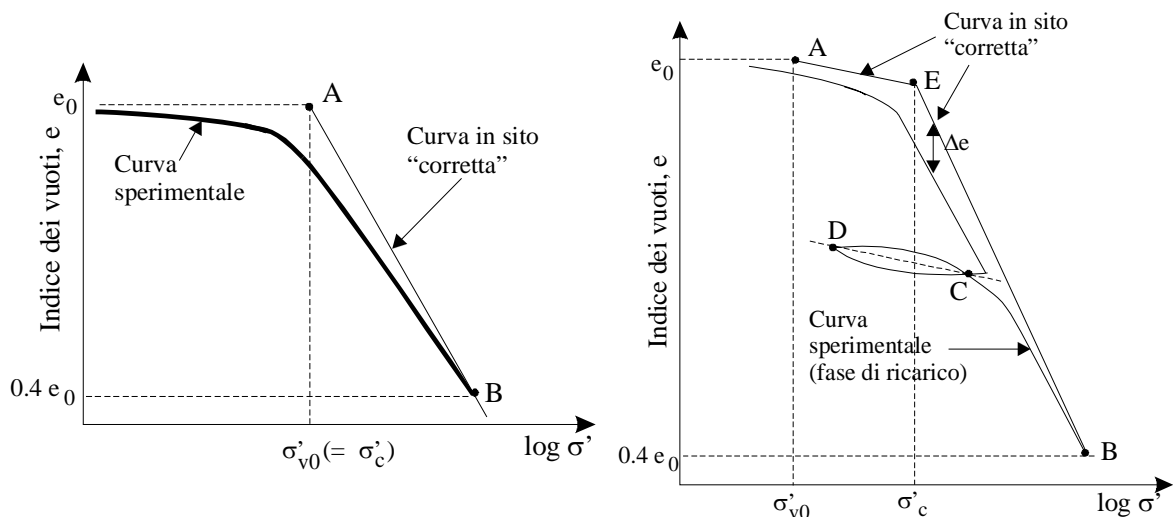


Figura 7.7: Costruzione di Schmertmann per terreno NC

Figura 7.8: Costruzione di Schmertmann per terreno OC

⁹ Se il terreno è fortemente sovraconsolidato e durante la prova edometrica non è superata la pressione di consolidazione, si ottiene una curva priva di tratti rettilinei che spesso viene male interpretata ed attribuita a disturbo o a errore di sperimentazione.

2. si determina l'indice dei vuoti naturale del provino in sito, e_0 , e si prolunga la curva sperimentale di compressione fino ad un valore dell'indice dei vuoti pari al 40% del valore naturale (punto B);
3. si stima la pressione verticale efficace geostatica alla profondità di estrazione del campione, σ'_{v0} ;
4. si disegna il punto A di coordinate (σ'_{v0}, e_0) ;
5. si stima la pressione di consolidazione, σ'_p , con il metodo di Casagrande;
6. si traccia dal punto A una retta di pendenza C_s fino al punto E avente ascissa σ'_p (A-E);
7. si traccia la retta EB;
8. la spezzata AEB corrisponde alla migliore stima della curva di compressibilità in sito

I valori sperimentali della deformazione assiale, ε_a , e dell'indice dei vuoti, e , ottenuti al termine del processo di consolidazione primaria per ciascun gradino di carico, possono essere rappresentati anche in grafici in scala naturale (e non semilogaritmica). Nella Figura 7.9 sono rappresentati i punti e le curve corrispondenti alla prova di Figura 7.3 (ovviamente anche in questo caso le due curve sono omologhe). La rappresentazione in scala naturale rende ancor più evidente la non linearità e l'aumento di rigidità al crescere della tensione applicata.

Dalla curva $(\sigma'_v - \varepsilon_a)$ di Figura 7.9 si definiscono i seguenti parametri di compressibilità che, a differenza di C_c e di C_s , sono dipendenti dal campo di tensione cui si riferiscono:

- il *coefficiente di compressibilità di volume*:

$$m_v = \frac{\Delta \varepsilon_a}{\Delta \sigma'_v} \quad [F^{-1} L^2] \quad (\text{Eq. 7.4})$$

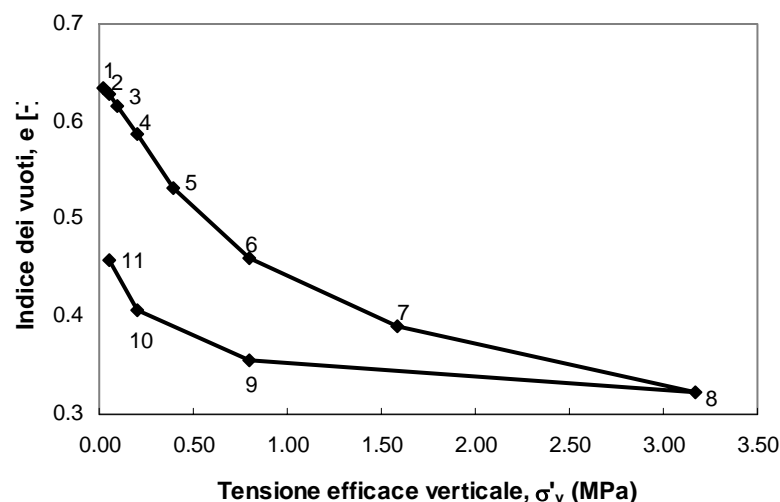


Figura 7.9: Risultati della prova di Figura 7.5 rappresentati in scala naturale

– e, il suo reciproco, il **modulo edometrico**:

$$M = \frac{1}{m_v} = \frac{\Delta\sigma'_v}{\Delta\varepsilon_a} \quad [F L^{-2}] \quad (\text{Eq. 7.5})$$

Dalla curva $(\sigma'_v - e)$ di Figura 7.9 si definisce:

– il **coefficiente di compressibilità**:

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta\sigma'_v} \quad [F^{-1} L^2] \quad (\text{Eq. 7.6})$$

e valgono le relazioni:

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e_0} = \frac{1}{M} \quad (\text{Eq. 7.7})$$

$$M = 2,3 \cdot \frac{(1 + e_0)}{C_c} \cdot \sigma'_v \quad (\text{Eq. 7.8})$$

Valori orientativi di M , in funzione di I_c , per terreni coesivi sono riportati in Tabella 7.1.

Tabella 7.1 - Valori orientativi di M per terreni coesivi (nel campo dei valori di σ'_v più frequenti per i problemi di ingegneria geotecnica)

I_c	0-0,5	0,5-0,75	0,75-1	> 1
M (MPa)	0,2-4	4-12	12-30	30-60

7.3 Calcolo del cedimento totale di consolidazione primaria

Utilizzando i parametri appena definiti e determinabili mediante la prova edometrica è possibile calcolare il cedimento di uno strato di terreno al quale è applicato un carico uniformemente distribuito $\Delta\sigma'_v$, nel caso in cui possa ritenersi soddisfatta l'ipotesi di deformazione monodimensionale.

In pratica il comportamento dello strato viene assimilato a quello di un provino sottoposto ad una prova edometrica (Figura 7.10), assumendo che i parametri di compressibilità dello strato siano uguali a quelli determinati per il provino.

Ricordando che in condizioni edometriche:

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Delta e}{1 + e_0} \quad (\text{Eq. 7.9})$$

Il cedimento ΔH sarà dato da :

$$\Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} \cdot \Delta e \quad (\text{Eq. 7.10})$$

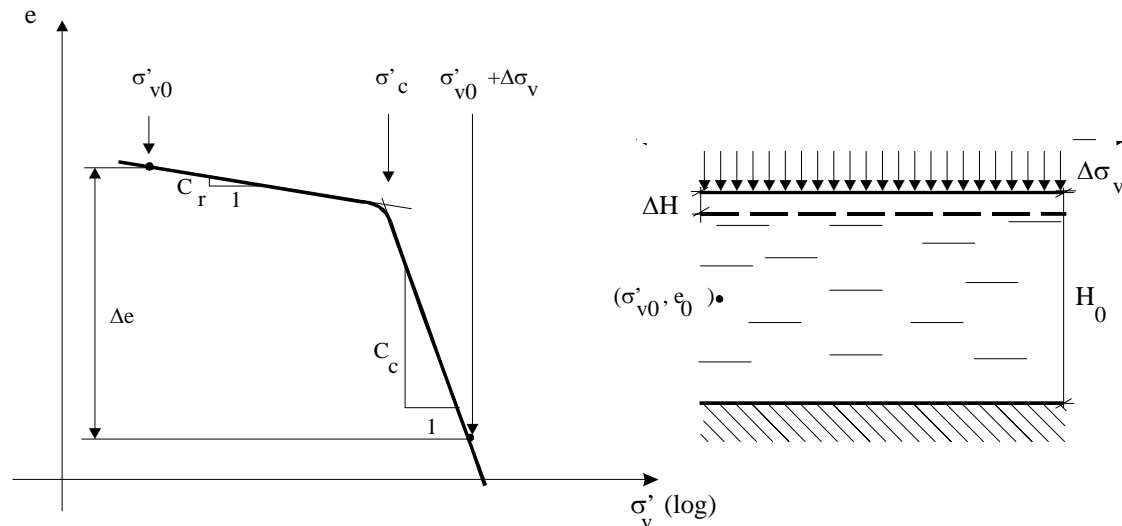


Figura 7.10 – Schema per il calcolo del cedimento di consolidazione primaria di uno strato di terreno coesivo

dove H_0 è l'altezza iniziale dello strato, e_0 è l'indice dei vuoti iniziale e Δe la variazione dell'indice dei vuoti, conseguente all'applicazione del carico, che può essere ricavata dai risultati della prova edometrica.

Facendo riferimento al grafico $e\text{-}\log\sigma'_v$ si può infatti osservare che nel caso più generale di terreno sovraconsolidato (assumendo $C_r = C_s$):

$$\Delta e = C_s \cdot \log \frac{\sigma'_c}{\sigma'_{v0}} + C_c \cdot \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_c} \quad (\text{Eq. 7.11})$$

da cui consegue:

$$\Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} \cdot [C_s \cdot \log \frac{\sigma'_c}{\sigma'_{v0}} + C_c \cdot \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_c}] \quad (\text{Eq. 7.12})$$

Se il carico applicato è tale da non far superare la σ'_c , si ha invece:

$$\Delta e = C_s \cdot \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_{v0}} \quad (\text{Eq. 7.13})$$

e quindi:

$$\Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} \cdot [C_s \cdot \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_{v0}}] \quad (\text{Eq. 7.14})$$

Se il terreno invece è normalconsolidato:

$$\Delta e = C_c \cdot \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_{v0}} \quad (\text{Eq. 7.15})$$

e quindi

$$\Delta H = \frac{H_o}{1 + e_o} \cdot [C_c \cdot \log \frac{\sigma'_{vo} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_{vo}}] \quad (\text{Eq. 7.16})$$

In alternativa ai parametri C_c e C_s , si può fare riferimento al coefficiente di compressibilità di volume m_v , o al modulo edometrico M , o al coefficiente di compressibilità a_v :

$$\Delta H = H_o \cdot \Delta\sigma_v \cdot m_v = H_o \cdot \frac{\Delta\sigma_v}{M} = \frac{H_o}{1 + e_o} \cdot \Delta\sigma_v \cdot a_v \quad (\text{Eq. 7.17})$$

tenendo conto del fatto che tali parametri dipendono dal livello di tensione e quindi vanno scelti opportunamente in funzione dell'intervallo tensionale significativo per il problema in esame.

Nella pratica, soprattutto in presenza di strati di elevato spessore e non omogenei, è opportuno per una stima migliore del cedimento, suddividere lo strato in più sottostrati, eventualmente differenziando i parametri di compressibilità del terreno (laddove siano disponibili un certo numero di prove edometriche eseguite su provini estratti a differenti profondità). Il cedimento complessivo dello strato risulta essere così espresso:

$$\Delta H = \sum_{i=1}^n \frac{H_{oi}}{1 + e_{oi}} \cdot [C_{si} \cdot \log \frac{\sigma'_{ci}}{\sigma'_{voi}} + C_{ci} \cdot \log \frac{\sigma'_{voi} + \Delta\sigma_{vi}}{\sigma'_{ci}}] \quad (\text{Eq. 7.18})$$

oppure:

$$\Delta H = \sum_{i=1}^n (H_{oi} \cdot \Delta\sigma_{vi} \cdot m_{vi}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{H_{oi}}{1 + e_{oi}} \cdot \Delta\sigma_{vi} \cdot a_{vi} \right) \quad (\text{Eq. 7.19})$$

dove le pressioni ed i parametri di compressibilità sono riferiti alla mezzeria di ciascuno degli n sottostrati, di spessore H_{oi} .

Nell'ipotesi di carico, q , applicato in superficie, uniformemente distribuito ed infinitamente esteso, il conseguente incremento della tensione verticale totale, $\Delta\sigma_v$, che compare nelle Eq. 7.10 – 7.18, è costante sia in direzione orizzontale che al variare della profondità ed è pari al carico applicato ($\Delta\sigma_v = q$). Nel caso in cui il carico sia distribuito su una superficie di dimensioni limitate (rispetto allo spessore dello strato) il valore di $\Delta\sigma_v$ si riduce al crescere della profondità e varia in direzione orizzontale; tale incremento può essere determinato con riferimento alla teoria dell'elasticità (vedi Capitolo 6) in funzione della geometria della superficie di carico. In prima approssimazione, nel caso di carico q uniformemente distribuito su un'area rettangolare, il valore di $\Delta\sigma_v$ può essere stimato al variare della profondità z , ipotizzando che il carico si diffonda con un rapporto 2:1 (Figura 7.11). Alla profondità z risulta, quindi:

$$\Delta\sigma_v(z) = \frac{q \cdot L \cdot B}{(L + z) \cdot (B + z)} \quad (\text{Eq. 7.20})$$

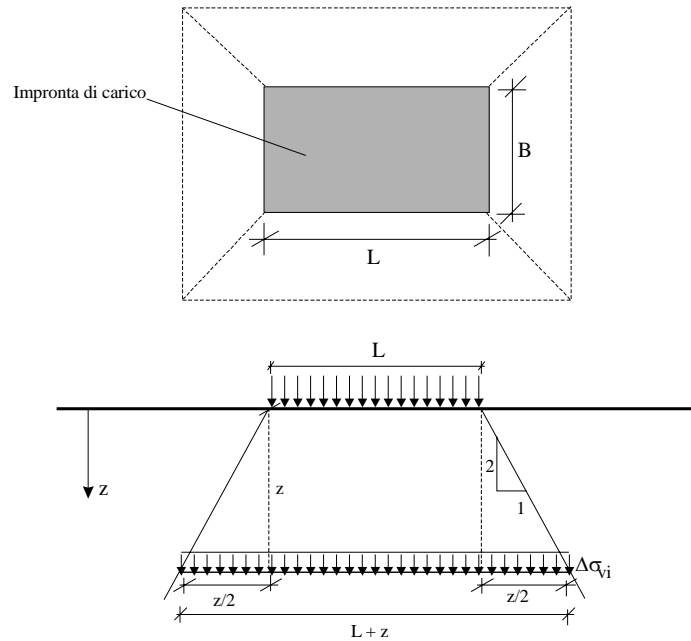


Figura 7.11 – Schema semplificato per il calcolo della diffusione delle tensioni

Nelle Eq. 7.17 e 7.18 il valore dell'incremento di pressione verticale, $\Delta\sigma_{vi}$, è riferito alla mezzeria di ciascun sottostrato.

7.4 Consolidazione

Come già evidenziato nei paragrafi precedenti, l'applicazione di un sistema di sollecitazioni induce nel terreno un sistema di distorsioni (cambiamenti di forma) e/o di deformazioni (variazioni di volume).

Essendo i terreni mezzi particellari costituiti da grani solidi e vuoti, con i grani solidi praticamente incompressibili, ogni variazione di volume di un elemento di terreno corrisponde ad una variazione del volume dei vuoti. Inoltre, se il terreno è saturo, ovvero se tutti i vuoti sono riempiti d'acqua, essendo l'acqua praticamente incompressibile, una variazione di volume comporta un moto di filtrazione dell'acqua interstiziale: in allontanamento dall'elemento di terreno se il volume si riduce, in entrata nell'elemento se il volume aumenta.

Il processo di espulsione dell'acqua dai pori avviene quando, per effetto del carico applicato, si genera, all'interno di un certo volume di terreno, un campo di sovrappressioni interstiziali, Δu , variabile da punto a punto. La conseguente differenza di carico idraulico, rispetto alle condizioni di equilibrio, provoca l'instaurarsi di un flusso dell'acqua in regime transitorio dai punti a energia maggiore verso i punti a energia minore, e in particolare verso l'esterno della zona interessata dall'incremento delle pressioni interstiziali (Figura 7.12).

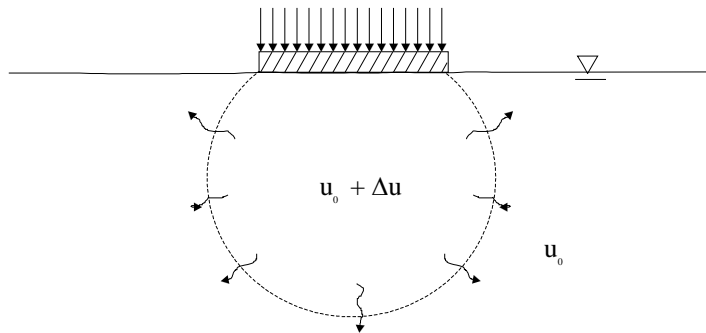


Figura 7.12 – Campo di sovrappressioni generato in un terreno a grana fine in seguito all’ applicazione di un carico

Come già osservato nell’introduzione di questo Capitolo, via via che l’acqua viene espulsa dai pori, le particelle di terreno si deformano e si assestano in una configurazione più stabile e con meno vuoti, con conseguente diminuzione di volume.

La velocità di questo processo dipende dalla permeabilità del terreno. L’entità della variazione di volume, dipende dalla rigidità dello scheletro solido, cioè dalla struttura del terreno.

Escludendo le sollecitazioni di natura dinamica e riferendosi quindi solo al caso di carichi statici o quasi statici, nei terreni a grana grossa (ghiaie e sabbie), a causa della loro elevata permeabilità ($k > 10^{-6}$ m/s), l’espulsione dell’acqua è praticamente istantanea e quindi anche la deformazione volumetrica. Nel caso dei terreni a grana fine (limi e argille), invece, a causa della loro scarsa permeabilità ($k < 10^{-6}$ m/s) l’espulsione dell’acqua dai pori con dissipazione delle sovrappressioni interstiziali, e quindi la deformazione volumetrica, risulta differita nel tempo. Questo fenomeno, caratterizzato da un legame tensioni-deformazioni-tempo, viene indicato con il termine **consolidazione**.

7.5 Consolidazione edometrica

Si consideri un deposito di terreno sabbioso, saturo e sotto falda, infinitamente esteso e delimitato superiormente da una superficie piana. Ad una certa profondità sia presente uno strato orizzontale di argilla di spessore costante H e infinitamente esteso.

Supponiamo che su tutta la superficie del deposito venga istantaneamente applicata una pressione verticale uniforme p (Figura 7.13). In ogni punto del semispazio si produce istantaneamente un incremento di tensione verticale totale $\Delta\sigma_v = p$. Per ragioni di simmetria non possono esservi deformazioni orizzontali.

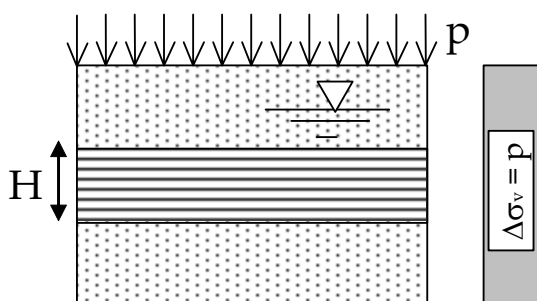


Figura 7.13 - Schema di carico edometrico

Nella sabbia, molto permeabile, si manifestano (quasi) immediatamente deformazioni verticali (e volumetriche), con il relativo cedimento del piano campagna: l’incremento di tensione totale determina (quasi immediatamente) un eguale incremento della tensione efficace (sopportata dallo scheletro solido), mentre l’acqua in eccesso filtra rapidamente in direzione verticale e la pressione interstiziale (praticamente) non varia. I grani si deformano e si addensano con riduzione dei vuoti, e

quindi di volume. Si dice che la sabbia costituisce un sistema aperto.

Nell'argilla, poco permeabile, la filtrazione avviene molto più lentamente e tutto il fenomeno, sopra descritto per la sabbia, è molto rallentato.

La *teoria della consolidazione edometrica*¹⁰ (ovvero monodimensionale) di Terzaghi affronta il problema della determinazione dei modi e dei tempi in cui si svolge tale fenomeno.

Per introdurre la teoria della consolidazione monodimensionale è utile riferirsi allo schema meccanico rappresentato in Figura 7.14: un cilindro indeformabile pieno di acqua contenente un pistone a tenuta idraulica collegato ad una molla a comportamento elastico lineare. Si assume che l'acqua sia incompressibile. Il pistone è attraversato da un condotto che termina in una valvola che, se aperta, lascia filtrare una portata d'acqua limitata. Un manometro misura la pressione dell'acqua all'interno del cilindro. La valvola è inizialmente aperta e la pressione idrostatica dell'acqua è assunta come zero di riferimento. Al tempo $t=t_1$ la valvola viene chiusa e contemporaneamente è applicata una forza verticale Q sul pistone. Poiché l'acqua non può filtrare, il pistone non ha cedimenti, la molla non si comprime e quindi non sostiene alcun carico. Il carico applicato Q è equilibrato da un incremento della pressione dell'acqua, che viene registrata dal manometro, pari a $\Delta u_w(t_1) = Q/A$, essendo A la sezione retta del cilindro. Al tempo $t=t_2$ la valvola viene aperta e l'acqua, per effetto della pressione, inizia a filtrare verso l'esterno nei limiti consentiti dalle caratteristiche della valvola. Alla progressiva diminuzione di volume occupato dall'acqua corrisponde un progressivo cedimento del pistone e quindi un progressivo accorciamento della molla $\Delta l(t)$. Tale accorciamento è proporzionale alla forza sostenuta dalla molla. Al generico istante $t_i > t_2$ la forza Q è equilibrata in parte dalla reazione della molla, Q_M , e in parte dalla sovrappressioni residua dell'acqua, Q_w :

$$Q = Q_M(t) + Q_w(t) = K \cdot \Delta l(t) + \Delta u_w(t) \cdot A \quad (\text{Eq. 7.21})$$

in cui si è indicato con K la costante elastica della molla. Il manometro registra una progressiva diminuzione della pressione dell'acqua nel tempo.

Al tempo $t = t_7$ il processo si esaurisce. La molla sostiene per intero il carico Q , la sovrappressione dell'acqua si è interamente dissipata.

Quanto appena descritto rappresenta in maniera semplificata ciò che accade in un terreno coesivo durante il processo di consolidazione edometrica: inizialmente il sovraccarico applicato è sopportato quasi esclusivamente dall'acqua interstiziale. Gradualmente l'acqua viene espulsa dai pori, con filtrazione verticale, e il carico viene trasferito allo scheletro solido che si comprime, con conseguente aumento delle pressioni effettive. Alla fine del processo di consolidazione tutte le sovrappressioni interstiziali si sono dissipate e il sovraccarico totale applicato è interamente sopportato dallo scheletro solido (cioè interamente equilibrato da un incremento delle pressioni verticali efficaci).

¹⁰ Si osservi che la prova edometrica riproduce quasi esattamente le condizioni di carico e di vincolo descritte e rappresentate in Figura 7.13.

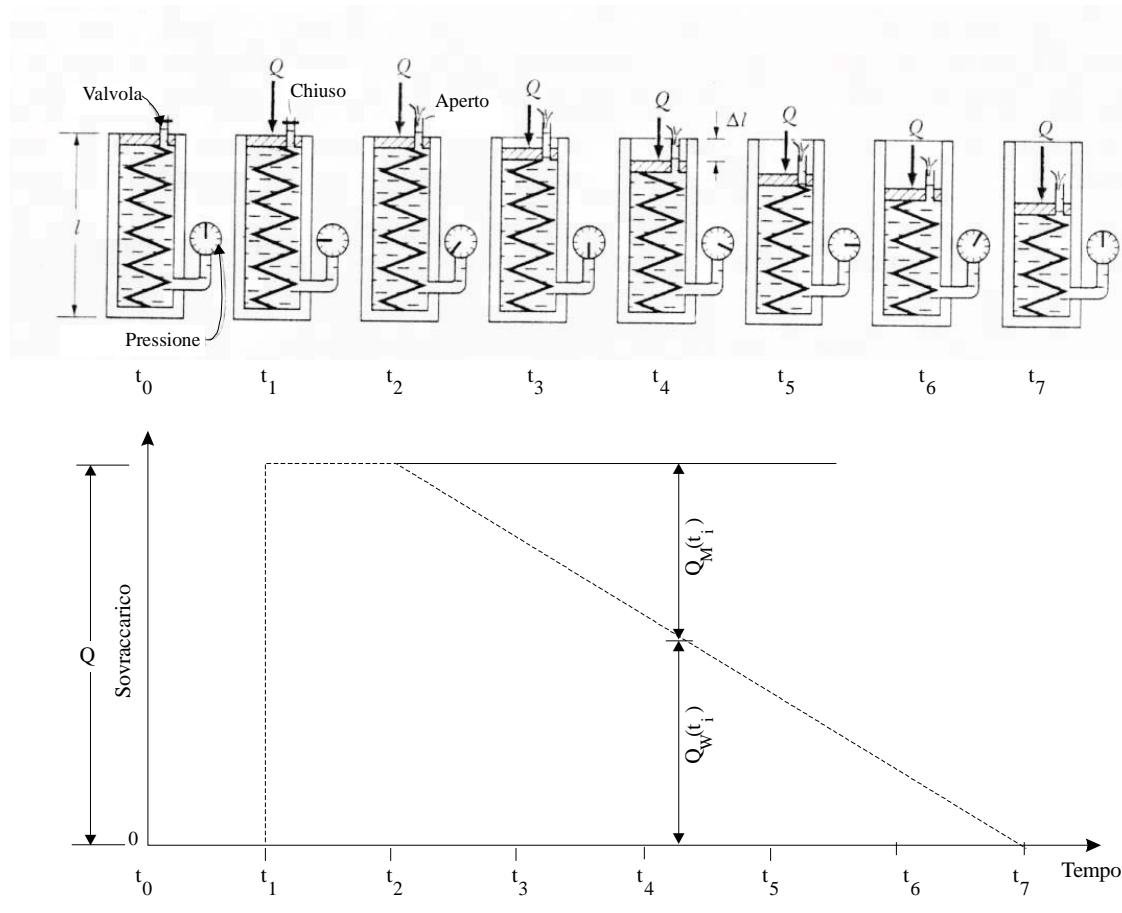


Figura 7.14 – Modello meccanico di elasticità ritardata

Un altro, più completo modello meccanico, utile a introdurre la teoria della consolidazione edometrica è quello proposto da Terzaghi e rappresentato in Figura 7.15. Esso consiste in un recipiente cilindrico contenente una serie di pistoni forati, eguali fra loro, separati da molle di eguale rigidezza, e riempito d'acqua. Ciascuna zona di interpiano in cui risulta suddiviso il recipiente tramite i pistoni è collegata ad un tubo aperto per la misura del carico piezometrico. Applicando un incremento di pressione $\Delta\sigma$ (rispetto alla pressione esistente in condizioni di equilibrio) si osserva che questo è istantaneamente sopportato dall'acqua. L'altezza di risalita dell'acqua in tutti i piezometri nell'istante di applicazione del carico ($t=0$) è data da $\Delta\sigma/\gamma_w$. La differenza di carico idraulico innesca una filtrazione verticale ascendente verso la superficie a pressione atmosferica. Col passare del tempo la pressione dell'acqua nelle varie zone si riduce gradualmente, ed entrano in compressione le molle, a partire dalla parte più alta del recipiente. Al generico istante di tempo t in un dato interpiano, la pressione dell'acqua e l'altezza d'interpiano saranno inferiori rispetto a quelle dell'interpiano sottostante. Il processo continua finché, dopo un tempo relativamente lungo, la sovrappressione dell'acqua in tutte le zone si sarà interamente dissipata e la distanza di interpiano sarà eguale (la pressione interstiziale assume il valore esistente prima dell'applicazione del sovraccarico in condizioni di equilibrio, i dischi si saranno avvicinati della quantità corrispondente alla pressione sopportata dalle molle).

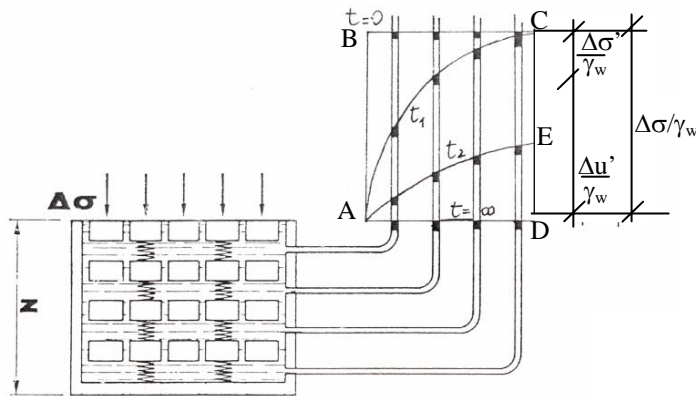


Figura 7.15 - Modello meccanico di Terzaghi

Con riferimento allo schema di Figura 7.15 si osservi che l'area del rettangolo ABCD è proporzionale al carico totale applicato $Q = \Delta\sigma A_r$ (essendo A_r l'area della sezione retta del recipiente) e che ad un generico istante di tempo (ad esempio $t=t_2$) l'area ABCE è proporzionale alla quota parte di Q sostenuta dalle molle, mentre l'area AED è proporzionale alla quota parte di Q sostenuta dall'acqua.

L'isocrona AE riferita all'asse AD rappresenta la distribuzione delle sovrappressioni interstiziali con la profondità, e riferita all'asse BC la distribuzione delle tensioni verticali sulle molle. Se le molle sono ad elasticità lineare, e quindi vi è proporzionalità tra tensioni e deformazioni, l'area ABCD è proporzionale al cedimento finale, l'area ABCE è proporzionale al cedimento avvenuto al tempo $t=t_2$, l'isocrona AE riferita all'asse BC rappresenta la distribuzione delle deformazioni verticali al tempo $t=t_2$.

Negli schemi sopra descritti, le molle rappresentano lo scheletro solido, l'acqua nel cilindro rappresenta l'acqua che riempie i pori, i fori sui pistoni rappresentano la permeabilità del terreno.

7.6 Teoria della consolidazione edometrica

La teoria della consolidazione edometrica di Terzaghi si basa sulle seguenti ipotesi semplificative:

1. consolidazione monodimensionale, cioè filtrazione e cedimenti in una sola direzione (verticale);
2. incompressibilità dell'acqua ($\rho_w = \text{cost.}$) e delle particelle solide ($\rho_s = \text{cost.}$);
3. validità della legge di Darcy;
4. terreno saturo, omogeneo, isotropo, con legame sforzi deformazioni elastico lineare, a permeabilità costante nel tempo e nello spazio;
5. validità del principio delle tensioni efficaci.

La teoria è sviluppata a partire dall'equazione generale di flusso (Capitolo 4, Eq. 4.22):

$$\left(k_x \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = \frac{1}{1+e} \cdot \left(e \cdot \frac{\partial S_r}{\partial t} + S_r \cdot \frac{\partial e}{\partial t} \right) \quad (\text{Eq. 4.22})$$

che nelle ipotesi suddette diviene:

$$k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{1 + e_o} \frac{\partial e}{\partial t} \tag{Eq. 7.22}$$

Posto $\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial e}{\partial \sigma'_v} \cdot \frac{\partial \sigma'_v}{\partial t}$ e ricordando la definizione del coefficiente di compressibilità:

$$a_v = - \frac{\partial e}{\partial \sigma'_v} \tag{Eq. 7.23}$$

si ha, essendo per ipotesi di elasticità lineare $a_v = \text{cost}$:

$$\frac{k(1 + e_o)}{a_v} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = - \frac{\partial \sigma'_v}{\partial t} \tag{Eq. 7.24}$$

Se poi il carico piezometrico h viene espresso come somma dell'altezza geometrica, z , e dell'altezza di pressione, u/γ_w , e la pressione a sua volta viene espressa come somma del termine dovuto alla pressione dei pori in regime stazionario, u_p (in condizioni di equilibrio prima dell'applicazione del sovraccarico) e di quello dovuto all'eccesso di pressione dei pori conseguente all'applicazione del sovraccarico, u_e , si può scrivere, con riferimento allo schema di Figura 7.16:

$$h = z + \frac{(u_p + u_e)}{\gamma_w} \tag{Eq. 7.25}$$

e osservando che la distribuzione delle pressioni in regime stazionario, u_p è lineare con la profondità z , per cui la derivata seconda di u_p rispetto alla profondità è zero, si ha:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} \tag{Eq. 7.26}$$

Essendo per il principio delle pressioni efficaci (Capitolo 3, Eq. 3.3):

$\sigma'_v = \sigma_v - u = \sigma_v - (u_p + u_e)$ risulta:

$$\frac{\partial \sigma'_v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_v}{\partial t} - \frac{\partial u_e}{\partial t} \tag{Eq. 7.27}$$

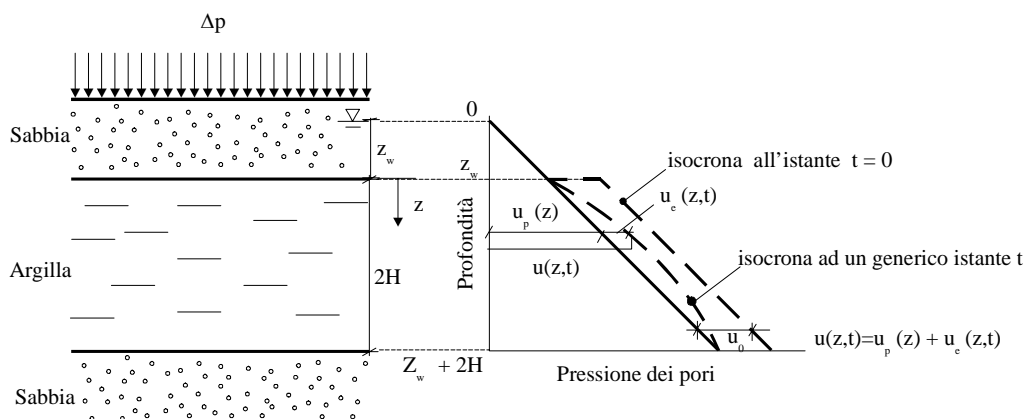


Figura 7.16. – Distribuzione delle pressioni neutre con la profondità durante il processo di consolidazione in condizioni edometriche

e supponendo che il sovraccarico applicato, σ_v , sia costante nel tempo si ha:

$$\frac{\partial \sigma_v'}{\partial t} = - \frac{\partial u_e}{\partial t} \quad (\text{Eq. 7.28})$$

L'equazione di continuità si riduce quindi alla seguente espressione:

$$\frac{k(1 + e_o)}{\gamma_w \cdot a_v} \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{\partial u_e}{\partial t} \quad (\text{Eq. 7.29})$$

Il termine:

$$\frac{k(1 + e_o)}{\gamma_w \cdot a_v} = \frac{k}{\gamma_w \cdot m_v} = c_v \quad [L^2/T] \quad (\text{Eq. 7.30})$$

è chiamato **coefficiente di consolidazione verticale** e può essere determinato elaborando i risultati della prova edometrica secondo le procedure che verranno descritte nel Paragrafo 7.8. Utilizzando l'Eq. 7.30, dopo avere ricavato dalla prova edometrica anche il coefficiente di compressibilità di volume, m_v (Paragrafo 7.2), è possibile ottenere una stima del coefficiente di permeabilità k del terreno: $k = c_v \cdot m_v \cdot \gamma_w$

Ovviamente, potendo determinare tanti valori di c_v e di m_v , quanti sono i gradini di carico applicati al provino, si possono ottenere altrettanti valori del coefficiente di permeabilità. In genere si assume come valore più rappresentativo per il terreno in sito quello corrispondente al gradino di carico entro cui ricade la tensione litostatica valutata alla profondità di estrazione del provino.

Con la definizione di c_v (Eq. 7.30), l'equazione differenziale della consolidazione monodimensionale di Terzaghi diventa:

$$c_v \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{\partial u_e}{\partial t} \quad (\text{Eq. 7.31})$$

dove $u_e = u_e(z, t)$ rappresenta, come già detto, il valore dell'eccesso di pressione interstiziale nel punto a quota z , e al tempo t dall'istante di applicazione del carico.

Vengono definite le due variabili adimensionali:

$$Z = \frac{z}{H} \quad (\text{Eq. 7.32})$$

$$T_v = \frac{c_v \cdot t}{H^2} \quad (\text{chiamato fattore di tempo}) \quad (\text{Eq. 7.33})$$

con H altezza di drenaggio, pari cioè al massimo percorso che una particella d'acqua deve compiere per uscire dallo strato (nel caso di strato doppiamente drenato è pari alla metà dell'altezza dello strato, nel caso di strato drenato da un lato solo è pari allo spessore dell'intero strato).

L'equazione (7.35) può essere così riscritta:

$$\frac{\partial^2 u_e}{\partial Z^2} = \frac{\partial u_e}{\partial T_v} \quad (\text{Eq. 7.34})$$

La soluzione dell'equazione 7.34 dipende dalle condizioni iniziali e dalle condizioni al contorno (due condizioni per z e una per t), in particolare dalle condizioni di drenaggio (da un solo lato o da entrambi i lati) e dalla distribuzione iniziale della sovrappressione u_e con la profondità z (isocrona iniziale), che, nel caso di consolidazione determinata da un carico infinitamente esteso applicato in superficie (condizione edometrica), è uniforme.

Sotto le ipotesi edometriche (Figura 7.16) di:

- isocrona iniziale costante con la profondità (per $t=0$ $u_e = u_o, \forall z$)
- superfici superiore e inferiore perfettamente drenanti (per $z=0$ e $z=2H$ $u_e = 0, \forall t \neq 0$) la soluzione risulta esprimibile in serie di Taylor come:

$$u_e(Z, T_v) = \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2u_o}{M} (\sin MZ) e^{-M^2 T_v} \quad (\text{Eq. 7.35})$$

$$\text{dove: } M = \frac{\pi}{2}(2m+1).$$

Tale soluzione, che permette (per ogni z e t) di calcolare $u_e(z, t)$ noto c_v , si trova usualmente diagrammata in termini di grado di consolidazione U_z , definito come rapporto tra la sovrappressione dissipata al tempo t e la sovrappressione iniziale u_o , cioè:

$$U_z = \frac{u_o - u_e(z, t)}{u_o} = 1 - \frac{u_e(z, t)}{u_o} \quad (\text{Eq. 7.36})$$

in funzione del fattore di tempo T_v (noto una volta noto c_v).

Un diagramma tipico $U_z = f(Z, T_v)$ è riportato in Figura 7.17. Da tale soluzione si può osservare che:

- subito dopo l'applicazione del carico si ha un gradiente idraulico elevato alle estremità che si riduce progressivamente verso l'interno dello strato (e nel tempo);
- in mezzeria il gradiente dell'eccesso di pressione è sempre nullo, cioè non vi è alcun flusso attraverso il piano orizzontale a metà dello strato.

In base a quest'ultima osservazione si ha che il piano di mezzeria può essere considerato impermeabile e pertanto la soluzione può essere estesa anche al caso in cui si abbia uno strato drenato solo ad una estremità, come nel modello meccanico di Figura 7.15, ponendo attenzione alla definizione di altezza di drenaggio che in questo caso è pari all'altezza dello strato.

La soluzione dell'equazione della consolidazione monodimensionale fornisce il decorso nel tempo delle sovrappressioni interstiziali, ma può essere utilizzata anche per la previsione del decorso dei cedimenti nel tempo dell'intero strato. Infatti nella maggior parte dei casi pratici non interessa conoscere il valore del grado di consolidazione U_z in un dato punto dello strato di terreno, ma piuttosto il valore del grado di consolidazione medio dell'intero strato raggiunto dopo un certo periodo di tempo dall'applicazione del carico.

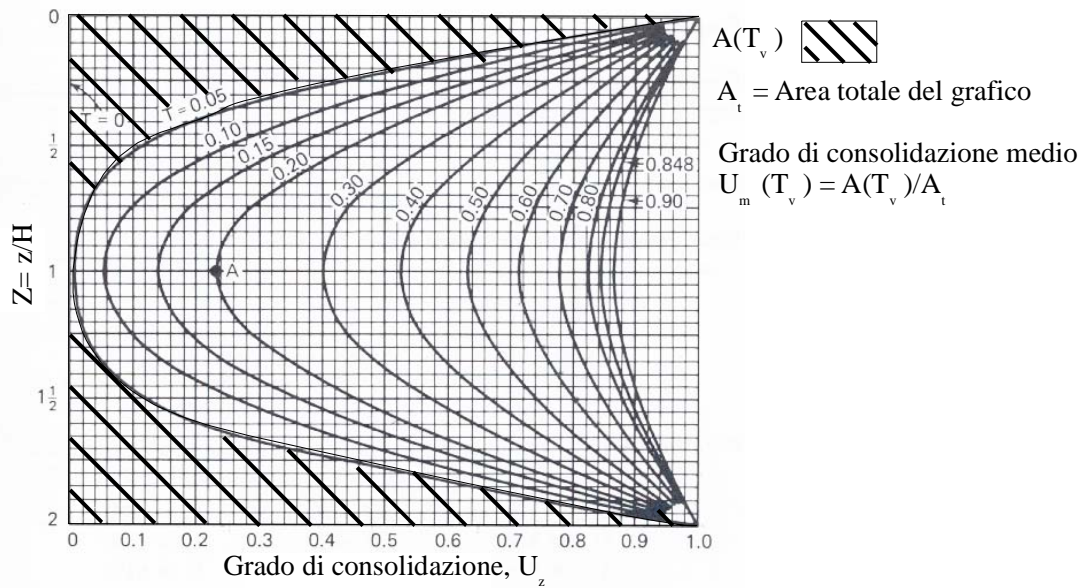


Figura 7.17 – Grado di consolidazione U_z in funzione del fattore di tempo, T_v , e di z/H (Taylor, 1948)

Il grado di consolidazione medio dell'intero strato in termini di sovrappressione interstiziali, corrispondente ad un certo fattore di tempo, T_v , ossia ad un certo istante, t , è dato da:

$$\bar{U} = \frac{1}{2H} \int_0^{2H} \frac{u_0 - u_e(z, t)}{u_0} \cdot dz \quad (\text{Eq. 7.37})$$

Osservando che durante il processo di consolidazione le pressioni efficaci variano della stessa quantità delle pressioni interstiziali, con segno opposto, e che, per l'ipotesi di elasticità lineare, la deformazione verticale è direttamente proporzionale alla pressioni verticale efficace:

$$\frac{u_0 - u_e(z, t)}{u_0} = \frac{\Delta\sigma'(z, t)}{\Delta\sigma_v} = \frac{M \cdot \varepsilon(z, t)}{M \cdot \varepsilon_f} = \frac{\varepsilon(z, t)}{\varepsilon_f} \quad (\text{Eq. 7.38})$$

si ha che il grado di consolidazione medio in termini di sovrappressione interstiziale, U , (rapporto tra la sovrappressione dissipata al tempo t e la sovrappressione totale iniziale) coincide con il grado di consolidazione medio in termini di cedimento, U_m , definito come rapporto tra il cedimento al tempo t , $s(t)$, che per definizione è l'integrale delle deformazioni verticali al tempo t , e il cedimento finale totale, s_f :

$$U_m = \bar{U} = \frac{1}{2H \cdot \varepsilon_f} \int_0^{2H} \varepsilon(z, t) \cdot dz = \frac{s(t)}{s_f} \quad (\text{Eq. 7.39})$$

ed è questa l'informazione che generalmente interessa nei casi pratici (interessa conoscere l'aliquota del cedimento totale che si è realizzata dopo un certo tempo dall'applicazione del carico).

Si può osservare che nei grafici U_z - T_v , il valore di U_m corrispondente ad un certo tempo adimensionalizzato T_v , rappresenta il rapporto tra l'area, $A(t)$, compresa tra la linea $U_z=0$ e la relativa curva di T_v e l'area totale del grafico, A_t , (quella compresa tra le linee $U_z=0$ e

$U_z=1$). Ad esempio in Figura 7.17 il rapporto tra l'area tratteggiata e l'area totale del grafico rappresenta il grado di consolidazione medio corrispondente ad un fattore di tempo $T_v = 0.05$.

Le soluzioni del grado di consolidazione medio U_m in funzione del fattore di tempo T_v si trovano diagrammate o tabulate per diversi andamenti dell'isocrona iniziale (costante, triangolare, etc.). In tabella 7.2 e in Figura 7.18 sono riportate le soluzioni relative al caso di isocrona iniziale costante con la profondità (con ascissa in scala lineare e logaritmica).

Esistono anche espressioni analitiche che forniscono una stima approssimata della soluzione per il caso di isocrona iniziale costante con la profondità, ad esempio:

$$U_m = \sqrt[6]{\frac{T_v^3}{T_v^3 + 0.5}}; \quad T_v = \sqrt[3]{\frac{0.5 \cdot U_m^6}{1 - U_m^6}} \quad \text{(Brinch-Hansen)} \quad \text{(Eq. 7.40)}$$

$$U_m = 2 \cdot \sqrt{\frac{T_v}{\pi}}; \quad T_v = \frac{\pi}{4} \cdot U_m^2 \quad \text{per } U_m \leq 60\% \quad \text{(Terzaghi)} \quad \text{(Eq. 7.41)}$$

$$T_v = 1.781 - 0.933 \log(100 - U_m (\%)) \quad \text{per } U_m > 60\%$$

$$U_m = \frac{\left(\frac{4 \cdot T_v}{\pi}\right)^{0.5}}{\left[1 + \left(\frac{4 \cdot T_v}{\pi}\right)^{2.8}\right]^{0.179}}; \quad T_v = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot U_m^2}{\left[1 - U_m^{5.6}\right]^{0.357}} \quad \text{(Sivaram & Swamee)} \quad \text{(Eq. 7.42)}$$

Tabella 7.2. – Valori tabulati della soluzione dell'equazione $U_m = f(T_v)$ per il caso di isocrona iniziale costante con la profondità

U_m	10	20	30	40	50	70	90	95
T_v	0.0077	0.0314	0.0707	0.126	0.196	0.403	0.848	1.129

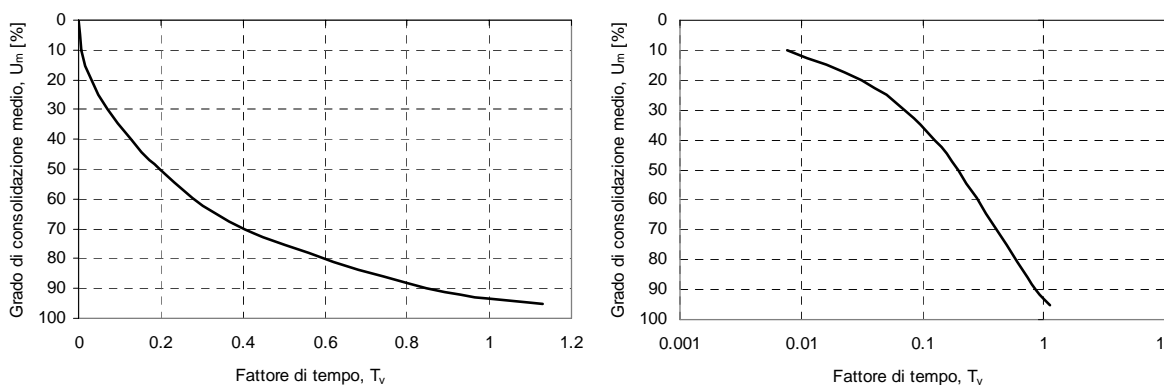


Figura 7.18 - Diagrammi della soluzione dell'equazione $U_m = f(T_v)$ per il caso di isocrona iniziale costante con la profondità, con ascissa in scala lineare (a) e logaritmica (b)

Se fossero verificate le ipotesi della teoria della consolidazione, le curve sperimentali in prova edometrica cedimento – tempo, per qualunque terreno e per qualunque carico applicato, dovrebbero essere eguali, a meno di fattori di scala, alle curve teoriche adimen-

sionali $U_m = f(T_v)$. Infatti $U_m = \frac{s(t)}{s_f}$ è proporzionale al cedimento $s(t)$ e $T_v = \frac{c_v \cdot t}{H^2}$ è proporzionale al tempo t . I fattori di scala sono caratteristici dei diversi terreni e devono essere determinati sperimentalmente. In particolare occorre determinare il cedimento di consolidazione edometrica finale, s_f , la lunghezza del percorso di drenaggio H , e il coefficiente di consolidazione, c_v .

In realtà le ipotesi alla base della teoria non sono ben verificate per i terreni reali, come discuteremo in seguito, ma l'accordo fra le curve adimensionali teoriche e quelle sperimentali è accettabile per gradi di consolidazione non superiori al 60%.

A questo punto è opportuno conoscere come si può determinare il coefficiente di consolidazione, c_v , (parte essenziale del fattore di scala) l'unico parametro che nella soluzione dell'equazione della consolidazione tiene conto delle proprietà del terreno. Per la sua determinazione si utilizzano i risultati della prova edometrica.

7.7 Determinazione sperimentale del coefficiente di consolidazione verticale

Come abbiamo visto al paragrafo 7.2 la prova edometrica standard è eseguita applicando incrementi successivi di carico, mantenuti costanti fino all'esaurimento del fenomeno di consolidazione (e oltre). Durante tale periodo si rilevano i cedimenti del provino nel tempo¹¹.

I valori osservati dell'altezza del provino sono generalmente diagrammati secondo due modalità:

- in funzione del logaritmo del tempo,
- in funzione della radice quadrata del tempo.

Gli andamenti tipici dei grafici che si ottengono nei due casi sono rappresentati nelle Figure 7.19a e 7.19b.

Dai diagrammi così ottenuti è possibile determinare, relativamente a ciascuno dei gradini di carico applicati, il coefficiente di consolidazione, c_v , mediante una delle due procedure di seguito descritte.

7.7.1 Metodo di Casagrande

Si applica al grafico tempo (log)-altezza del provino (Figura 7.19a), nel quale si assume di poter distinguere un primo tratto, AB, corrispondente al processo di consolidazione edometrica primaria, e un secondo tratto lineare, BD, corrispondente alle deformazioni viscosi (la consolidazione secondaria di cui parleremo in seguito).

¹¹ Normalmente vengono prese misure di abbassamento a intervalli di tempo via via crescenti (10'', 20'', 30'', 1', 2', 5', 10' etc..)

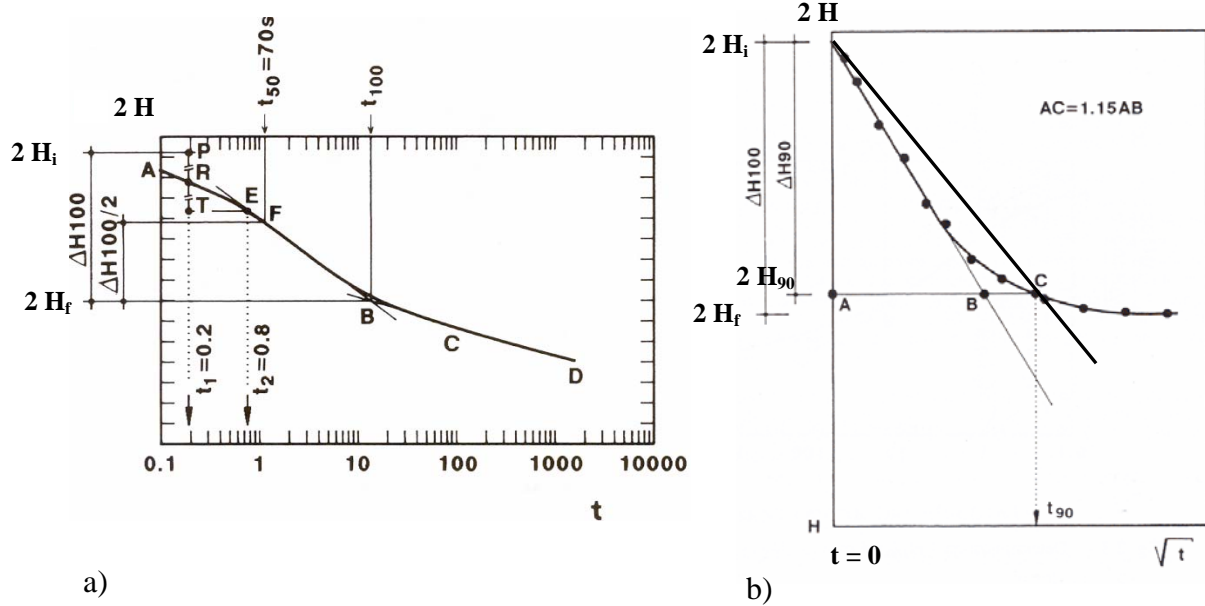


Figura 7.19 – Andamento dell'altezza del provino ($2H$) durante la consolidazione edometrica in funzione del logaritmo del tempo (a) e della radice quadrata del tempo (b)

Ovviamente tale suddivisione è del tutto arbitraria, in quanto un'aliquota del cedimento viscoso si sovrappone al cedimento di consolidazione primaria nel tratto iniziale della curva, mentre nel tratto finale, oltre al cedimento di consolidazione secondaria sarà presente anche una componente (seppure trascurabile) del cedimento di consolidazione primaria.

Come già detto, per poter interpretare il fenomeno reale mediante il modello teorico di Terzaghi, occorre sovrapporre e far coincidere la curva teorica adimensionale $U_m=f(T_v)$ con la curva sperimentale, allo scopo di determinare i fattori di scala.

Il primo passo del metodo consiste nell'individuare, mediante una procedura convenzionale, le altezze del provino corrispondenti all'istante iniziale e alla fine del processo di consolidazione primaria.

L'origine (zero corretto) delle deformazioni può essere ricavata osservando che la relazione tra grado di consolidazione medio, U_m , e fattore di tempo, T_v , (e quindi la relazione tra cedimenti e tempo), per valori di $U_m < 60\%$ (Eq. 7.41), è con buona approssimazione una parabola ad asse orizzontale. Il tempo risulta cioè proporzionale al quadrato del cedimento, ossia, considerati due istanti, t_1 e t_2 , e i relativi cedimenti, $S(t_1)$ e $S(t_2)$ (tali che $U_m < 60\%$), vale la relazione:

$$\frac{S(t_1)}{S(t_2)} = \frac{\sqrt{t_1}}{\sqrt{t_2}} \tag{Eq. 7.43}$$

Di conseguenza, scelto un tempo t_1 sufficientemente piccolo e assunto $t_2 = 4t_1$, risulta dalla (7.41) che $S(t_2) = 2 S(t_1)$; quindi, con riferimento alla Figura 7.19a, se il segmento PR misura il cedimento all'istante t_1 (dove P, che rappresenta l'origine delle deformazioni, è incognito), il segmento PT, che misura il cedimento all'istante t_2 , dovrà essere il doppio di PR. Di conseguenza ribaltando il segmento RT rispetto al punto R si trova il punto P e

quindi, sull'asse delle ordinate, l'altezza $2H_i$, corrispondente all'inizio della consolidazione primaria ($U_m = 0\%$)¹².

L'altezza del provino al termine del processo di consolidazione primaria ($U_m = 100\%$), $2H_f$, è invece ottenuto, sempre con riferimento alla Figura 7.19a, dall'intersezione della retta CD, relativa al tratto finale della curva, con la retta EB tangente alla curva nel punto di flesso F.

Mediante la relazione:

$$2H_{50} = (2H_i + 2H_f)/2 \quad (\text{Eq. 7.44})$$

si determina quindi l'altezza corrispondente alla metà del processo di consolidazione, ovvero l'altezza media di drenaggio H_{50} .

Dalle tabelle (o tramite le relazioni) che forniscono U_m in funzione di T_v , si ricava poi il fattore di tempo adimensionale che corrisponde ad un grado di consolidazione medio del 50% (ad esempio dalla relazione di Terzaghi si ottiene $T_v = 0.197$).

Sostituendo i valori sopra determinati nella definizione del fattore di tempo T_v (Eq. 7.33), è possibile infine ricavare il coefficiente di consolidazione verticale, c_v , tramite la seguente relazione:

$$c_v = \frac{H_{50}^2 \cdot 0.197}{t_{50}} \quad (\text{Eq. 7.45})$$

7.7.2 Metodo di Taylor

Il metodo di Taylor viene applicato facendo riferimento al diagramma \sqrt{t} -altezza del provino (Figura 7.19b), in cui si nota che i punti sperimentali nel tratto iniziale della curva si allineano approssimativamente lungo una retta (essendo, come già osservato, il tempo proporzionale al quadrato del cedimento per valori di $U_m < 60\%$). L'autore della procedura ha inoltre evidenziato che l'ascissa, t_{90} , corrispondente al 90% del cedimento di consolidazione primaria, $2H_{90}$, è pari a 1.15 volte il valore dell'ascissa corrispondente alla stessa ordinata sulla retta interpolante i dati sperimentali. Quindi, una volta diagrammati gli spostamenti in funzione di \sqrt{t} e tracciata la retta interpolante i punti iniziali (corrispondenti a $U_m < 60\%$), si disegna la retta con ascisse incrementate del 15% rispetto a quella interpolante; dall'intersezione di quest'ultima con la curva sperimentale, punto C, si ricava $\sqrt{t_{90}}$, ossia la radice del tempo corrispondente al 90% della consolidazione primaria e, proiettato sull'asse delle ordinate, l'altezza $2H_{90}$ corrispondente.

In questo caso, l'altezza di inizio consolidazione $2H_i$ è determinata prolungando la retta interpolante fino ad incontrare l'asse delle ordinate, punto O, e l'altezza corrispondente alla fine del processo di consolidazione è data da:

¹² La procedura è necessaria perché l'asse delle ascisse è in scala logaritmica e quindi non contiene il tempo $t=0$. Inoltre per i primi gradini di carico si possono avere abbassamenti per assestamento della piastra di carico e, se il provino non è completamente saturo, una deformazione istantanea per compressione ed espulsione delle bolle d'aria eventualmente presenti all'interno del provino.

$$2H_f = 2H_i + \frac{9}{10} \cdot (2H_f - 2H_i) \quad (\text{Eq. 7.46})$$

L'altezza media di drenaggio, H_{50} , è determinata anche in questo caso a partire dall'altezza corrispondente alla metà del processo di consolidazione (Eq. 7.44).

Dalle tabelle (o tramite le relazioni) che forniscono U_m in funzione di T_v , si ricava poi il fattore di tempo adimensionale che corrisponde ad un grado di consolidazione medio del 90% (ad esempio dalla relazione di Terzaghi si ottiene $T_v = 0.848$).

Sostituendo i valori sopra determinati nella definizione del fattore di tempo T_v (Eq. 7.33), è possibile infine ricavare il coefficiente di consolidazione verticale, c_v , tramite la seguente relazione:

$$c_v = \frac{H_{50}^2 \cdot 0.848}{t_{90}} \quad (\text{Eq. 7.47})$$

7.8 Validità e limiti della teoria della consolidazione edometrica

La teoria della consolidazione edometrica si basa sullo schema di carico e di vincolo (condizioni al contorno) rappresentato in Figura 7.13 (strati orizzontali, carico applicato uniforme e infinitamente esteso) che comporta l'assenza di deformazioni orizzontali e il flusso solo verticale dell'acqua. Le condizioni al contorno della prova edometrica riproducono fedelmente tale schema, che ha il vantaggio della semplicità essendo monodimensionale.

Talvolta lo schema corrisponde bene alle condizioni stratigrafiche e geotecniche del deposito ed alla causa perturbatrice (ad esempio un abbassamento uniforme del livello piezometrico, oppure un riporto strutturale di spessore costante o, più in generale, un manufatto che trasmette al terreno un carico uniformemente distribuito di estensione molto maggiore dello spessore dello strato compressibile), ma altre volte no.

Se ad esempio l'area di carico è di dimensioni piccole rispetto allo spessore dello strato compressibile, l'incremento di tensione verticale non può essere assunto costante con la profondità (vedi Capitolo 6), le deformazioni di taglio non sono zero e quindi si hanno cedimenti istantanei anche a deformazione volumetrica nulla, la filtrazione avviene anche in direzione orizzontale, etc.

Ma anche quando lo schema stratigrafico e geotecnico corrisponde bene alle condizioni al contorno ed il fenomeno è unidirezionale, la soluzione di Terzaghi è solo approssimata poiché non sono verificate alcune ipotesi base. In particolare:

- il legame tensioni deformazioni è marcatamente non lineare, come messo in evidenza dai grafici delle Figure 7.3, 7.9, etc. ;
- la permeabilità del terreno varia nel tempo, durante il processo di consolidazione, perché diminuisce l'indice dei vuoti;
- è trascurata la componente viscosa delle deformazioni.

Per potere comunque utilizzare la soluzione di Terzaghi, si ipotizza che il terreno abbia un comportamento lineare e permeabilità costante nell'ambito di ogni gradino di carico, e che le deformazioni viscosse abbiano inizio solo quando la consolidazione edometrica è in gran parte esaurita.

Per ogni gradino di carico, sfruttando solo la parte iniziale della curva sperimentale allo scopo di escludere le deformazioni viscosse, si possono determinare i corrispondenti valori di c_v , a_v , e k , e utilizzare nelle applicazioni i valori di tali proprietà determinati per la pressione iniziale e l'incremento di pressione più prossimi a quelli reali. Se le ipotesi di Terzaghi fossero verificate, si otterrebbero gli stessi valori di c_v , a_v , e k per tutti i gradini di carico, poiché tali grandezze sarebbero indipendenti dalla pressione.

7.9 Consolidazione secondaria

La curva teorica della consolidazione edometrica di Terzaghi prevede, nella parte terminale, un asintoto orizzontale. Le curve sperimentali $s(t)$ mostrano invece un asintoto inclinato. Tale differenza, più o meno marcata a seconda del tipo di terreno, è dovuta alle deformazioni viscosse dello scheletro solido. Deformazioni che avvengono anche a pressione efficace costante, e quindi anche (ma non solo) a consolidazione primaria esaurita. La pendenza dell'asintoto inclinato nel piano semilogaritmico e - $\log t$, è detto indice di compressione secondaria:

$$C_\alpha = \frac{\Delta e}{\Delta \log t} \quad (\text{Eq. 7.48})$$

Valori di riferimento dell'indice di compressione secondaria, per alcuni tipi di terreno, sono riportati in Tabella 7.3:

Tabella 7.3 - Valori indicativi del rapporto C_α/C_c

Terreno	C_α/C_c
Argille tenere organiche	$0,05 \pm 0,01$
Argille tenere inorganiche	$0,04 \pm 0,01$
Sabbie	da 0,015 a 0,03

Come osservato nel Paragrafo 7.2 le curve di compressibilità edometrica nei piani e - $\log \sigma'_v$, e - σ'_v , e ε_a - σ'_v si ottengono in genere collegando i punti sperimentali ricavati dalle misure effettuate al termine del periodo di applicazione di ciascun incremento di carico (di solito 24h). Sarebbe quindi più corretto depurare gli abbassamenti misurati dalla componente viscosa, in sostanza utilizzando come altezza finale del provino l'altezza $2H_f$ corrispondente al 100% di consolidazione edometrica. L'errore che si commette non è comunque particolarmente rilevante.

CAPITOLO 8

ANCORA SULLA CONSOLIDAZIONE

8.1 Introduzione

Nel capitolo 7 è stata illustrata la teoria della consolidazione monodimensionale di Terzaghi, che permette di stimare il tempo necessario alla dissipazione delle sovrappressioni interstiziali, e quindi al verificarsi dei cedimenti di consolidazione, nell'ipotesi di strati orizzontali di terreno saturo e omogeneo, e di incremento della pressione verticale totale istantaneo, uniforme e infinitamente esteso. Tali condizioni di carico si verificano in pratica quando lo spessore dello strato che consolida è piccolo rispetto all'estensione dell'area di carico, come ad esempio in seguito alla messa in opera di un riporto strutturale di altezza costante e grandi dimensioni planimetriche, oppure in seguito ad un abbassamento generalizzato e uniforme del livello di falda. Consolidazione monodimensionale vuol dire filtrazione e deformazioni solo in direzione verticale, e quindi assenza di cedimenti in condizioni non drenate, ovvero all'istante di applicazione del carico.

In questo capitolo ci proponiamo di considerare condizioni di carico più generali e realistiche e le tecniche utilizzate, nella pratica professionale, per accelerare il processo di consolidazione.

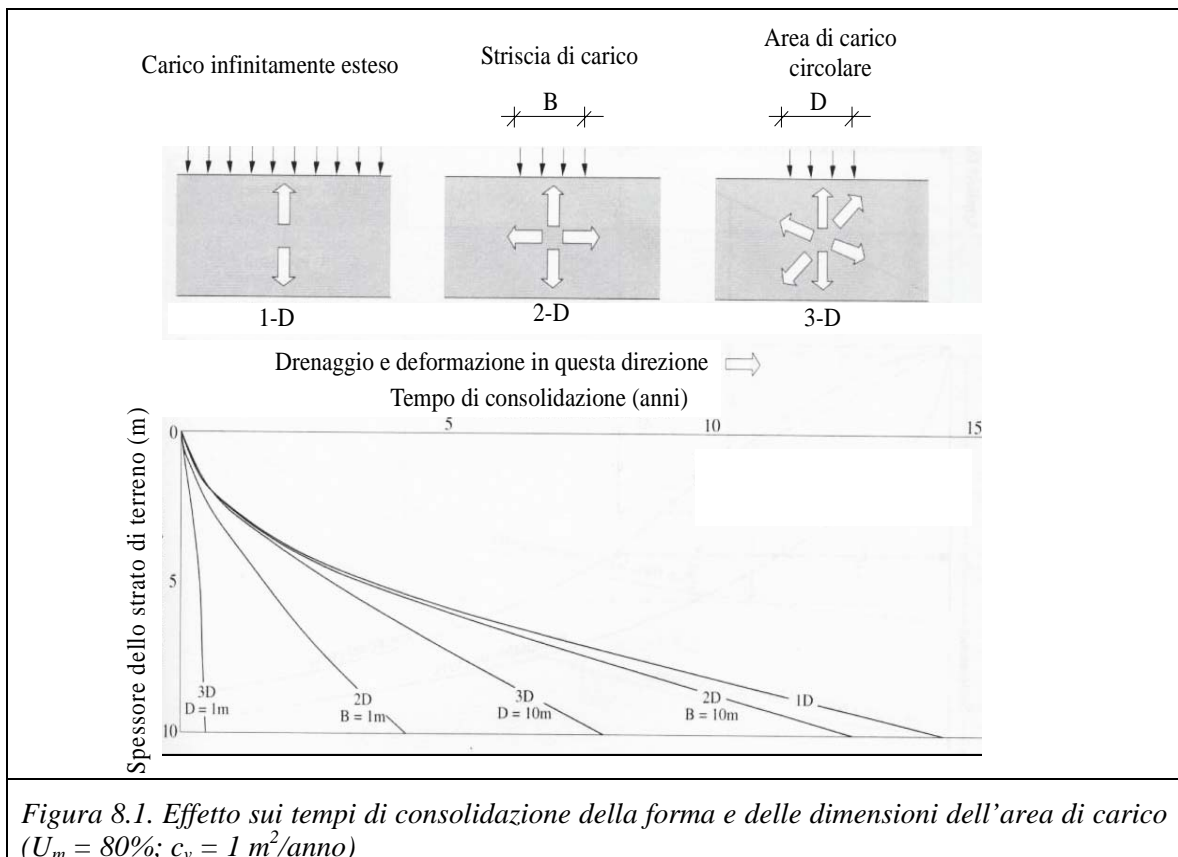
Se il carico applicato è distribuito su una striscia di larghezza B e di lunghezza indefinita, lo stato di deformazione è piano, la filtrazione avviene in due dimensioni, il bacino dei cedimenti è cilindrico, sono possibili deformazioni di taglio e quindi vi sono cedimenti anche a volume costante, in condizioni non drenate. Se il carico applicato è distribuito su un'area di dimensioni ridotte e confrontabili, ad esempio un'area circolare, quadrata o rettangolare, lo stato di deformazione, la filtrazione e il bacino dei cedimenti sono tridimensionali, sono possibili deformazioni di taglio e quindi vi sono cedimenti anche a volume costante, in condizioni non drenate.

La durata del processo di consolidazione dipende quindi anche dalla forma e dalle dimensioni dell'area di carico. A titolo di esempio, in Figura 8.1 sono messe a confronto le curve che indicano il tempo necessario perché si realizzi l'80% della consolidazione per tre differenti condizioni di carico e quindi di drenaggio (area di carico infinita \Rightarrow filtrazione monodimensionale, striscia di carico \Rightarrow filtrazione bidimensionale, area di carico circolare \Rightarrow filtrazione tridimensionale) e per differenti dimensioni dell'area di carico, al variare dello spessore dello strato che consolida (per $c_v = 1 \text{ m}^2/\text{anno}$).

La stima dei tempi di consolidazione mediante la teoria monodimensionale di Terzaghi è non solo quasi sempre in eccesso, poiché sono trascurati gli effetti della forma e delle dimensioni dell'area di carico, ma è anche molto incerta, molto più incerta, ad esempio, di quanto non sia la stima dell'entità del cedimento di consolidazione edometrica. Se infatti lo strato di argilla che consolida è intercalato da sottili livelli continui di sabbia, la cui presenza può sfuggire all'indagine geotecnica, il cedimento è sostanzialmente invariato, ma i tempi di consolidazione possono essere fortemente ridotti. Viceversa se una sottile e piccola lente di sabbia è intercettata nell'indagine geotecnica e falsamente interpretata

come un livello continuo e drenante, la stima del tempo di consolidazione può risultare errata per difetto.

Quando è possibile e giustificato dall'importanza dell'opera da realizzare, è utile monitorare i cedimenti reali nel tempo, durante e subito dopo la costruzione, allo scopo di identificare e tarare con le misure sperimentali eseguite in vera grandezza un modello geotecnico interpretativo del fenomeno in atto, da utilizzare per la previsione del comportamento futuro.



8.2 Consolidazione durante la costruzione

La teoria della consolidazione di Terzaghi assume che il carico totale $\Delta\sigma$ sia applicato istantaneamente (al tempo $t = 0$) e mantenuto costante nel tempo fino all'esaurirsi della consolidazione. In realtà il carico viene applicato gradualmente, in modo anche discontinuo e talvolta non monotono, durante le varie fasi di costruzione. Una soluzione sufficientemente accurata può ottenersi assumendo che l'intero carico sia istantaneamente applicato al tempo corrispondente alla metà del periodo di costruzione, ma se quest'ultimo è molto lungo (dell'ordine di anni) può essere utile prevedere il decorso dei cedimenti nel tempo durante e dopo il periodo di costruzione.

Per tenere conto dell'applicazione non istantanea del carico e della consolidazione durante la costruzione si può utilizzare un semplice metodo grafico empirico.

Si suppone che il carico totale sia applicato in modo linearmente variabile nel tempo. In generale potrà esservi una prima fase di lavoro che prevede uno scavo di sbancamento, e quindi una riduzione delle tensioni, seguita dalla costruzione e quindi da un incremento delle tensioni fino al valore massimo, al termine del periodo di costruzione, che poi si mantiene costante (Figura 8.2).

Durante la fase di scavo possono avvenire dei rigonfiamenti, che potrebbero anche essere stimati ma che di norma hanno poco interesse poiché lo scavo sarà portato fino alla profondità di progetto. In genere si assume che il processo di consolidazione abbia inizio al tempo t_1 , che corrisponde al ripristino dello stato tensionale iniziale, quando cioè il carico totale applicato compensa il peso del terreno scavato.

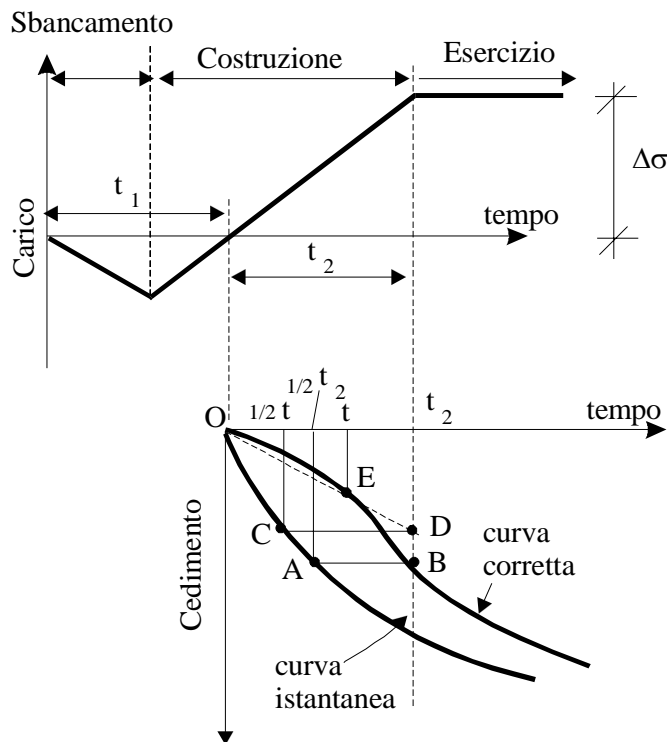


Figura 8.2. Costruzione grafica della curva corretta di consolidazione

e si trasla della quantità $t_2/2$ la porzione della curva istantanea relativa a valori di t maggiori di $t_2/2$. In sostanza si fa l'ipotesi che per tempi superiori a t_2 , ovvero dopo la fine della costruzione, il decorso dei cedimenti nel tempo corrisponda a quello che si sarebbe avuto per un'applicazione istantanea e totale del carico al tempo $t_2/2$;

3. per determinare la prima parte della curva corretta si procede come segue:
 - a) si sceglie un generico istante di tempo $t < t_2$;
 - b) si determina il cedimento sulla curva istantanea per il tempo $t/2$ (punto C);
 - c) si disegna una retta orizzontale da C fino al punto D, corrispondente al tempo t_2 ;
 - d) si uniscono con una retta i punti O (origine degli assi) e D;

Il procedimento grafico per tracciare la curva corretta tempo – cedimenti è il seguente (Figura 8.2):

1. si disegna la curva “istantanea” tempo – cedimenti a partire dal tempo $t = t_1$, assunto come origine dei tempi, come se il carico totale $\Delta\sigma$ fosse stato applicato per intero e in modo istantaneo;

2. si assume che al tempo t_2 , ovvero al termine del periodo di costruzione, il cedimento per consolidazione (punto B) sia pari al valore che sulla curva istantanea corrisponde al tempo $t=t_2/2$ (punto A),

- e) si assume che il punto E appartenente alla retta OD, con ascissa t , sia un punto della curva corretta tempo – cedimenti;
- f) si ripete la costruzione per diversi valori di t , e si collegano i punti E ottenuti con una curva.

8.3 Accelerazione del processo di consolidazione mediante precarico

Quando il tempo stimato di consolidazione è giudicato troppo lungo, è possibile ridurlo applicando un sovraccarico aggiuntivo temporaneo (precarico). Poiché il sovraccarico è spesso realizzato con un riporto di terreno, la tecnica del precarico è molto utilizzata per le opere in terra e nei lavori stradali¹. Il principio di funzionamento del precarico è mostrato in Figura 8.3.

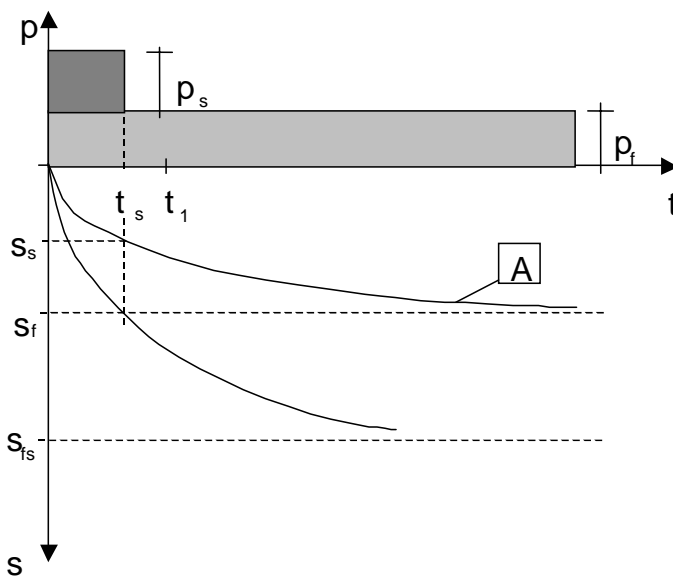


Figura 8.3: Accelerazione del processo di consolidazione mediante precarico

Supponiamo di poterci riferire a condizioni edometriche (strato orizzontale normalmente consolidato di spessore H_0 , carico uniforme applicato istantaneamente, filtrazione monodimensionale con altezza di drenaggio H , coefficiente di consolidazione verticale c_v).

La curva tempo – cedimenti indicata con la lettera A è ottenuta calcolando il cedimento edometrico finale s_f dovuto al solo carico finale di progetto p_f con l'equazione:

$$s_f = H_0 \cdot \frac{C_c}{1 + e_0} \cdot \log \left(\frac{\sigma'_{v0} + p_f}{\sigma'_{v0}} \right) \quad (\text{Eq. 8.1})$$

e applicando la teoria della consolidazione di Terzaghi, ovvero le equazioni:

$$s(t) = U_m(T_v) \cdot s_f \quad \text{e} \quad T_v = c_v \cdot \frac{t}{H^2} \quad (\text{Eq. 8.2})$$

La curva A rappresenta il decorso dei cedimenti nel tempo in assenza di precarico.

Supponiamo che alla consegna dell'opera, o comunque dopo un assegnato tempo t_1 , si debba essere già manifestato il cedimento s_f (o una gran parte di esso). Per accelerare il

¹ Di norma il contratto d'appalto fissa i termini di consegna dell'opera da realizzare. Supponiamo ad esempio che si debba consegnare un rilevato stradale, finito, entro una certa data. La pavimentazione deve essere realizzata a cedimenti assoluti e differenziali esauriti, pena la formazione di avvallamenti e la continua rottura del manto stradale durante l'esercizio.

processo di consolidazione si può decidere di applicare un sovraccarico temporaneo di intensità p_s per un periodo di tempo t_s . Molto spesso t_s (ovviamente minore di t_1) è condizionato dai tempi necessari per le lavorazioni, e quindi è un dato di progetto, mentre l'incognita è l'intensità del precarico p_s . Introducendo nell'equazione:

$$T_v = \frac{c_v \cdot t}{H^2} \quad (\text{Eq. 8.3})$$

il tempo t_s , si determina il valore del fattore di tempo T_v e quindi il corrispondente valore del grado di consolidazione medio U_m al tempo t_s , che è pari sia al rapporto s_s/s_f che al rapporto s_f/s_{fs} . Noto il valore di U_m è pertanto possibile calcolare il cedimento finale di consolidazione edometrica s_{fs} che si avrebbe sotto il carico applicato di intensità $(p_f + p_s)$:

$$s_{fs} = s_f/U_m \quad (\text{Eq. 8.4})$$

Applicando in modo inverso l'equazione per il calcolo del cedimento edometrico si determina l'intensità del carico $(p_f + p_s)$ (e quindi l'intensità di p_s) che, mantenuto in essere per un tempo t_s , produce il cedimento s_f :

$$(p_f + p_s) = \sigma'_{v0} \cdot \left[10^{\frac{s_{fs} \cdot (1+e_0)}{H_0 \cdot C_c}} - 1 \right] \quad (\text{Eq. 8.5})$$

Dopo tale tempo, eliminando il precarico, non si registreranno ulteriori cedimenti, in quanto il cedimento avvenuto s_f corrisponde al cedimento edometrico finale del carico finale permanente p_f .

La tecnica del precarico può essere utilizzata anche per sovraconsolidare il terreno di fondazione, se il tempo di permanenza è tale da produrre cedimenti maggiori di s_f , e quindi per migliorarne la resistenza e la rigidezza.

8.4 Accelerazione del processo di consolidazione mediante dreni verticali

Un'altra tecnica per accelerare il processo di consolidazione consiste nell'inserire nel terreno dreni verticali disposti ai vertici di una maglia regolare, quadrata o triangolare, di lato inferiore alla massima lunghezza di drenaggio H .

Come abbiamo visto nel Capitolo 7, il tempo necessario perché avvenga la consolidazione edometrica è proporzionale al quadrato della massima lunghezza di drenaggio:

$$t = \frac{T_v}{c_v} \cdot H^2 \quad (\text{Eq. 8.6})$$

Inserendo dreni verticali nel terreno si permette all'acqua di filtrare anche in direzione orizzontale fino al dreno più vicino, ovvero si riduce la lunghezza del percorso di drenaggio, si sfrutta la maggiore permeabilità del terreno in direzione orizzontale, si fa avvenire un processo di consolidazione tridimensionale, ottenendo in tal modo una molto più rapida dissipazione delle sovrappressioni neutre e quindi una forte accelerazione dei tempi di consolidazione (Figura 8.4).

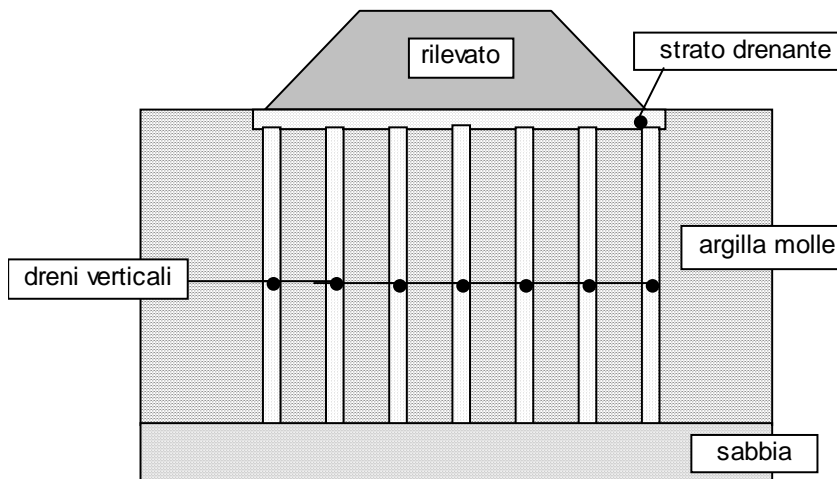
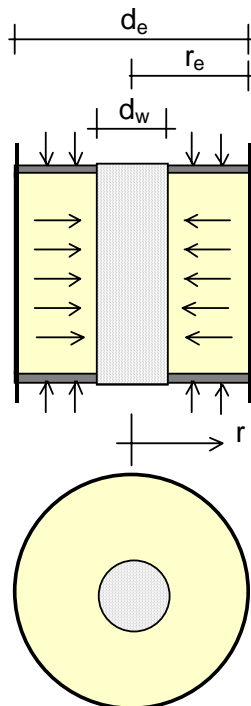


Figura 8.4: Schema di impiego dei dreni verticali

In passato i dreni verticali erano realizzati con pali di sabbia, infissi o trivellati, di diametro $d_w = 0,2 \div 0,5$ m e interasse $1,5 \div 6,0$ m, talvolta rivestiti con una calza di juta o di geosintetico. Oggi più frequentemente si utilizzano dreni prefabbricati di tipo diverso (di cartone, con anima in plastica e guaina di cartone, di geotessile, di corda), messi in opera a percussione o per infissione lenta di un mandrino.

I dreni prefabbricati hanno sezione lamellare (larghezza $a = 60 \div 100$ mm, spessore $b = 2 \div 5$ mm), e se ne calcola il diametro equivalente con l'equazione:

I dreni prefabbricati hanno sezione lamellare (larghezza $a = 60 \div 100$ mm, spessore $b = 2 \div 5$ mm), e se ne calcola il diametro equivalente con l'equazione:



$$d_w = \frac{2 \cdot (a + b)}{\pi} \quad (\text{Eq. 8.7})$$

Per il dimensionamento del sistema di dreni verticali occorre considerare la consolidazione radiale. Con riferimento allo schema di Figura 8.5, si considera un cilindro di terreno con superficie esterna impermeabile e un dreni centrale. Le ipotesi sono le stesse della teoria della consolidazione edometrica di Terzaghi, a parte la direzione del flusso:

1. terreno omogeneo,
2. parametri di compressibilità e di permeabilità costanti durante il processo di consolidazione,
3. deformazioni solo verticali e filtrazione solo radiale,
4. deformazioni piccole rispetto all'altezza del cilindro che drena.

L'equazione della consolidazione radiale (che corrisponde all'Eq. 7.31 della consolidazione edometrica) è la seguente:

$$c_h \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_e}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_e}{\partial r^2} \right) = \frac{\partial u_e}{\partial t} \quad (\text{Eq. 8.8})$$

Figura 8.5: Schema di consolidazione radiale

in cui

$$c_h = \frac{k_h}{m_v \cdot \gamma_w} \quad (\text{Eq. 8.9})$$

è il **coefficiente di consolidazione** per flusso in direzione orizzontale (in genere $c_h > c_v$ a causa dell'anisotropia della permeabilità e della struttura stratificata in direzione orizzontale dei terreni naturali, ma spesso sia per la maggiore difficoltà di determinazione sperimentale di c_h , sia perché il disturbo dovuto alla messa in opera dei dreni prefabbricati riduce la permeabilità orizzontale e quindi c_h , si assume $c_h = c_v$).

Analogamente a quanto già visto per la consolidazione edometrica, anche per la consolidazione radiale si definisce il **fattore di tempo adimensionale**:

$$T_r = \frac{c_h \cdot t}{d_e^2} \quad (\text{Eq. 8.10})$$

e il **grado di consolidazione radiale medio**, U_r , che rappresenta il rapporto tra il cedimento di consolidazione radiale al tempo t e il cedimento di consolidazione totale, e che può essere calcolato con la seguente equazione approssimata (Figura 8.6):

$$U_r(\%) = \frac{s(t)}{s_f} \cdot 100 = \left[1 - \exp\left(-\frac{8 \cdot T_r}{F}\right) \right] \cdot 100 \quad (\text{Eq. 8.11})$$

$$F = \ln(n) - 0,75$$

in cui $n = \frac{d_e}{d_w}$ è il rapporto tra il diametro del cilindro, d_e , e il diametro del dreno, d_w .

Il diametro equivalente del cilindro di terreno che drena, d_e , è assunto pari al diametro del cerchio di area eguale all'area di influenza del dreno, per cui:

per disposizione a quinconce, con maglia triangolare equilatera di lato s (Figura 8.7a):

$$d_e = \sqrt{\frac{6}{\pi \cdot \sqrt{3}}} \cdot s \cong 1,05 \cdot s \quad (\text{Eq. 8.12})$$

per disposizione a maglia quadrata di lato s (Figura 8.7b):

$$d_e = \sqrt{\frac{4}{\pi}} \cdot s \cong 1,13 \cdot s \quad (\text{Eq. 8.13})$$

Il **grado di consolidazione medio complessivo**, U , in un processo combinato di consolidazione verticale e radiale, si determina con la seguente equazione (Carrillo, 1942):

$$U(\%) = 100 - \frac{1}{100} \cdot (100 - U_v) \cdot (100 - U_r) \quad (\text{Eq. 8.14})$$

in cui si sono indicati con $U_v(\%)$ e con $U_r(\%)$ rispettivamente i gradi di consolidazione medi dei processi di filtrazione verticale e radiale.

L'eq. 8.14 si applica per un dato valore del tempo t , cui corrispondono due differenti valori di T_v e di T_r , e quindi due differenti valori di U_v e di U_r .

Molto spesso le due tecniche per accelerare il processo di consolidazione sopradescritte (precarico e dreni verticali) vengono utilizzate simultaneamente.

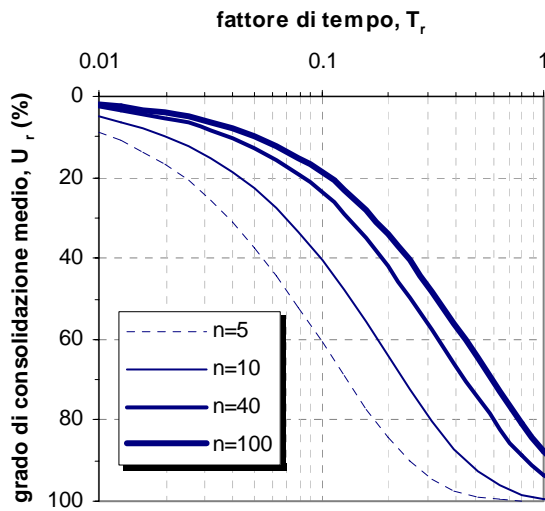


Figura 8.6: Grado di consolidazione medio, U_r , in funzione del fattore di tempo, T_r , per consolidazione radiale

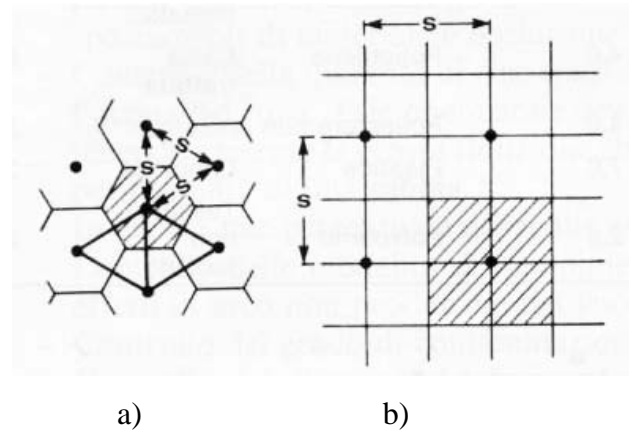


Figura 8.7: Disposizione di dreni a quinconce con maglia triangolare equilatera (a) e a maglia quadrata (b)

CAPITOLO 9

RESISTENZA AL TAGLIO DEI TERRENI

9.1 Introduzione

Per le verifiche di resistenza delle opere geotecniche è necessario valutare quali sono gli stati di tensione massimi sopportabili dal terreno in condizioni di incipiente rottura.

La resistenza al taglio di un terreno in una direzione è la massima tensione tangenziale, τ_f , che può essere applicata alla struttura del terreno, in quella direzione, prima che si verifichi la “rottura”, ovvero quella condizione in cui le deformazioni sono inaccettabilmente elevate.

La rottura può essere improvvisa e definitiva, con perdita totale di resistenza (come avviene generalmente per gli ammassi rocciosi), oppure può avere luogo dopo grandi deformazioni plastiche, senza completa perdita di resistenza, come si verifica spesso nei terreni.

Nella Meccanica dei Terreni si parla di resistenza al taglio, perché in tali materiali, a causa della loro natura particellare, le deformazioni (e la rottura) avvengono principalmente per scorrimento relativo fra i grani.

In linea teorica, se per l'analisi delle condizioni di equilibrio e di rottura dei terreni si utilizzasse un modello discreto, costituito da un insieme di particelle a contatto, si dovrebbero valutare le azioni mutue intergranulari (normali e tangenziali alle superfici di contatto) e confrontarle con i valori limite di equilibrio. Tale approccio, allo stato attuale e per i terreni reali, non è praticabile.

Per la soluzione dei problemi di meccanica del terreno è tuttavia possibile, in virtù del principio delle tensioni efficaci, riferirsi al terreno saturo (mezzo particellare con gli spazi fra le particelle riempiti da acqua) come alla sovrapposizione nello stesso spazio di due mezzi continui: un continuo solido corrispondente alle particelle di terreno, ed un continuo fluido, corrispondente all'acqua che occupa i vuoti interparticellari. In tal modo è possibile applicare anche ai terreni i ben più familiari concetti della meccanica dei mezzi continui solidi e della meccanica dei mezzi continui fluidi.

Le tensioni che interessano il continuo solido sono le tensioni efficaci, definite dalla differenza tra le tensioni totali e le pressioni interstiziali:

$$\sigma' = \sigma - u \quad (\text{Eq. 9.1})$$

A queste, in base al principio delle tensioni efficaci, è legata la resistenza al taglio dei terreni.

9.2 Richiami sulla rappresentazione di un sistema piano di tensioni

Se per un punto O all'interno di un corpo si considerano tutti i possibili elementi superficiali infinitesimi diversamente orientati, ossia appartenenti alla stella di piani che ha centro in O, le tensioni su di essi (cioè la tensione risultante e le componenti normale σ e tangenziale τ all'elemento superficiale considerato) variano generalmente da elemento a elemento. In particolare è possibile dimostrare che esistono tre piani, fra loro ortogonali, su cui agiscono esclusivamente tensioni normali. Questi tre piani sono detti *principali*, e le tensioni che agiscono su di essi sono dette *tensioni principali*. Generalmente, la tensione

principale maggiore (che agisce sul piano principale maggiore π_1) è indicata con σ_1 , la tensione principale intermedia (che agisce sul piano principale intermedio π_2) è indicata con σ_2 , la tensione principale minore (che agisce sul piano principale minore π_3) è indicata con σ_3 (Figura 9.1).

In particolari condizioni di simmetria due, o anche tutte e tre, le tensioni principali possono assumere lo stesso valore. Il caso in cui le tre tensioni principali hanno eguale valore è detto di **tensione isotropa**: in condizioni di tensione isotropa tutti i piani della stella sono principali e la tensione (isotropa) è eguale in tutte le direzioni. Quando due delle tre tensioni principali sono uguali lo stato tensionale si definisce **assial-simmetrico** e tutti i piani della stella appartenenti al fascio che ha per asse la direzione della tensione principale diversa dalle altre due, sono piani principali (e le relative tensioni sono uguali). Poiché spesso gli stati tensionali critici per i terreni interessano piani normali al piano principale intermedio, ovvero piani appartenenti al fascio avente per asse la direzione della tensione principale intermedia σ_2 (Figura 9.1), è possibile ignorare il valore e gli effetti della tensione principale intermedia σ_2 e riferirsi ad un sistema piano di tensioni.

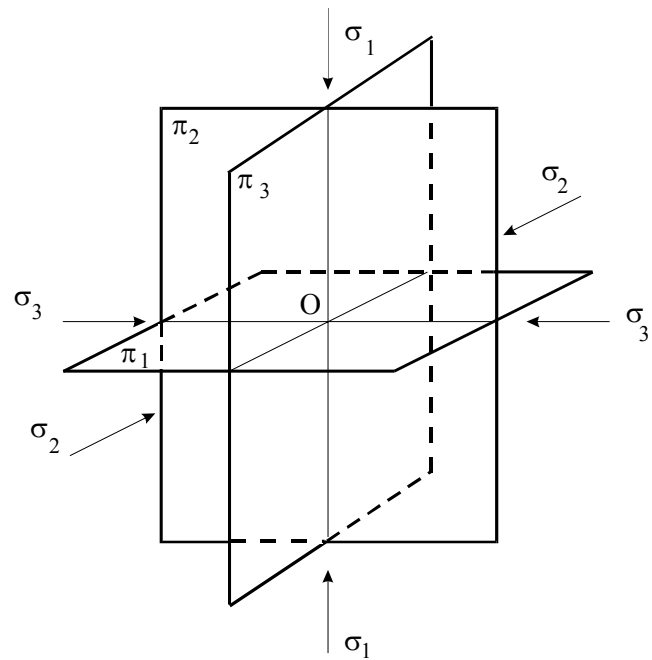


Figura 9.1 – Tensioni e piani principali per il punto O

Osserviamo adesso come variano le tensioni sui piani del fascio avente per asse la direzione della tensione principale intermedia, al variare dell'inclinazione del piano. In Figura 9.2a sono disegnate le tracce dei due piani principali maggiore π_1 e minore π_3 , e di un generico piano π del fascio avente inclinazione θ rispetto alla direzione del piano principale maggiore.

Si consideri l'equilibrio di un elemento prismatico di spessore unitario (problema piano) e forma triangolare, con i lati di dimensioni infinitesime (per rimanere nell'intorno del punto considerato), paralleli ai due piani principali e al piano π . (Figura 9.2b).

Le condizioni di equilibrio alla traslazione in direzione orizzontale e verticale:

$$\sigma_3 \cdot dl \cdot \sin \theta - \sigma_\theta \cdot dl \cdot \sin \theta - \tau_\theta \cdot dl \cdot \cos \theta = 0$$

$$\sigma_1 \cdot dl \cdot \cos \theta - \sigma_\theta \cdot dl \cdot \cos \theta + \tau_\theta \cdot dl \cdot \sin \theta = 0$$

impongono che le tensioni tangenziale τ_θ e normale σ_θ sul piano π valgano:

$$\tau_\theta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \sin 2\theta \tag{Eq. 9.2}$$

$$\sigma_\theta = \sigma_3 + (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \cos^2 \theta$$

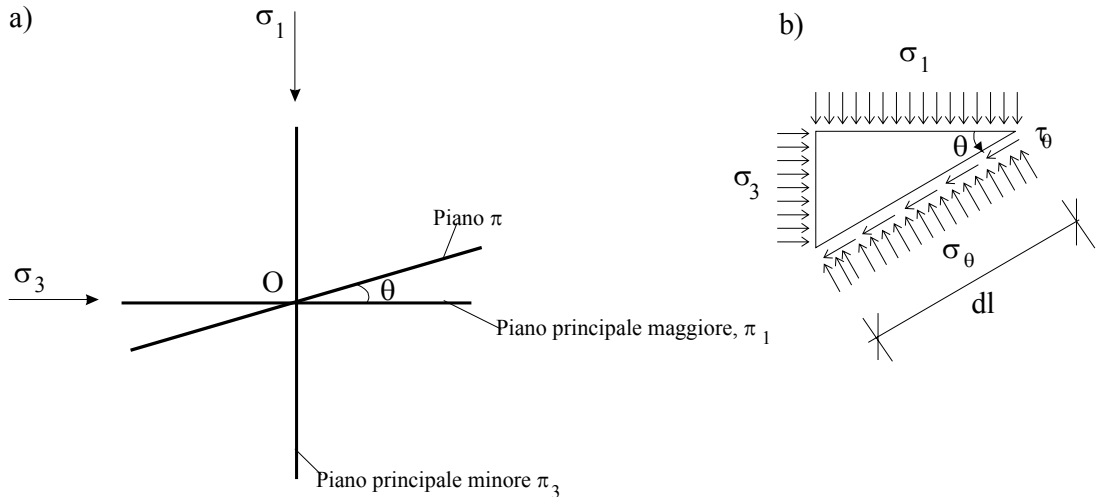


Figura 9.2 - Tensioni indotte dalle due tensioni principali, σ_1 e σ_3 , su un piano inclinato di θ rispetto a π_1 .

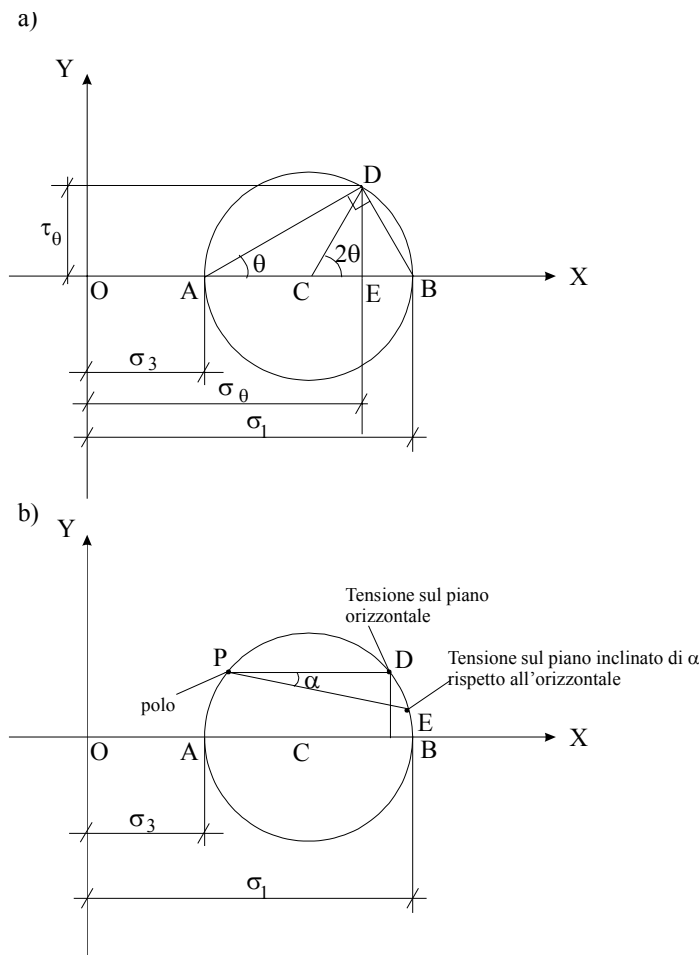


Figura 9.3 Cerchio di Mohr (a) e polo (b)

In un sistema di assi cartesiani ortogonali di centro O e assi X e Y (Figura 9.3), sul quale vengono riportate lungo l'asse X le tensioni normali, σ , e lungo l'asse Y le tensioni tangenziali, τ (**piano di Mohr**), le equazioni (9.2) rappresentano un cerchio di raggio $R = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ e centro $C[(\sigma_1 + \sigma_3)/2; 0]$, detto **cerchio di Mohr**, che è il luogo delle condizioni di tensione di tutti i piani del fascio. Per disegnare il cerchio, con riferimento alla Figura 9.3a, occorre prima posizionare i punti A e B sull'asse X , in modo tale che i segmenti OA ed OB siano proporzionali, nella scala prescelta, rispettivamente alle tensioni principali minore, σ_3 , e maggiore, σ_1 , e poi tracciare il cerchio di diametro AB . Tale cerchio è il luogo degli stati di tensione di tutti i piani del fascio. Sul cerchio di Mohr è utile definire il concetto di **polo** o origine dei piani, come il punto tale che qualunque retta uscente da esso interseca il

cerchio in un punto le cui coordinate rappresentano lo stato tensionale agente sul piano che ha per traccia la retta considerata.

Ad esempio se il piano principale maggiore (su cui agisce la σ_1) è perpendicolare all'asse Y, il polo è rappresentato dal punto $A(\sigma_3, 0)$, cioè un piano del fascio inclinato di un angolo θ rispetto al piano principale maggiore interseca il cerchio in un punto D, le cui coordinate rappresentano le tensioni normale e tangenziale sul piano considerato. Viceversa, se il piano principale minore (su cui agisce la σ_3) è perpendicolare all'asse Y, il polo è rappresentato dal punto $B(\sigma_1, 0)$. Se per individuare l'orientazione dei piani del fascio assumiamo come riferimento i piani verticale ed orizzontale, non necessariamente coincidenti con i piani principali, il polo, P, è individuato dall'intersezione col cerchio di Mohr della retta orizzontale condotta dal punto, D, che ha per coordinate la tensione normale e tangenziale sul piano orizzontale; un generico piano del fascio inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale (Figura 9.3b), interseca il cerchio di Mohr in un punto, E, le cui coordinate rappresentano le tensioni normale e tangenziale sul piano considerato. Con riferimento alla Figura 9.3a, si può dimostrare che le equazioni (9.2) rappresentano quello che è stato definito come cerchio di Mohr:

$$\text{tensione tangenziale:} \quad \tau_\theta = DE = DC \cdot \sin 2\theta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \sin 2\theta$$

$$\begin{aligned} \text{tensione normale:} \quad \sigma_\theta &= OE = OA + AE = \sigma_3 + AD \cdot \cos \theta = \sigma_3 + AB \cdot \cos^2 \theta = \\ &= \sigma_3 + (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \cos^2 \theta \end{aligned}$$

9.3 Criterio di rottura di Mohr-Coulomb

In base al principio delle tensioni efficaci “*Ogni effetto misurabile di una variazione dello stato di tensione, come la compressione, la distorsione e la variazione di resistenza al taglio è attribuibile esclusivamente a variazioni delle tensioni efficaci*”.

Dunque la resistenza del terreno, che a causa della natura particellare del mezzo, è una resistenza al taglio, deve essere espressa da una relazione (**criterio di rottura**) del tipo:

$$\tau_f = f(\sigma') \quad (\text{Eq. 9.3})$$

Il più semplice ed utilizzato criterio di rottura per i terreni, è il criterio di Mohr-Coulomb:

$$\tau_f = c' + (\sigma' - u) \cdot \tan \phi' = c' + \sigma'_{n,f} \cdot \tan \phi' \quad \text{per } \sigma' > 0 \quad (\text{Eq. 9.4})$$

in base al quale la tensione tangenziale limite di rottura in un generico punto P di una superficie di scorrimento potenziale interna al terreno è dato dalla somma di due termini: il primo, detto **coesione** c' , è indipendente dalla tensione efficace normale alla superficie agente in quel punto, ed il secondo è ad essa proporzionale attraverso un coefficiente d'attrito $\tan \phi'$. L'angolo ϕ' è detto **angolo di resistenza al taglio**.

Nel piano di Mohr l'equazione (9.4) rappresenta una retta (Figura 9.4), detta retta involucro di rottura, che separa gli stati tensionali possibili da quelli privi di significato fisico in quanto incompatibili con la resistenza del materiale. Nel piano $\tau-\sigma'$, lo stato di tensione (che per semplicità di esposizione considereremo piano) nel punto P, corrispondente alla rottura, sarà rappresentato da un cerchio di Mohr tangente all'involucro di rottura (Figura 9.4). Un cerchio di Mohr tutto al di sotto della retta involucro di rottura indica invece che la condizione di rottura non è raggiunta su nessuno dei piani passanti per il punto considerato, mentre non sono fisicamente possibili le situazioni in cui il cerchio di Mohr interseca l'involucro di rottura. Si osservi che in base alle proprietà dei cerchi di Mohr risulta nota la rotazione del piano di rottura per P (ovvero del piano su cui agiscono

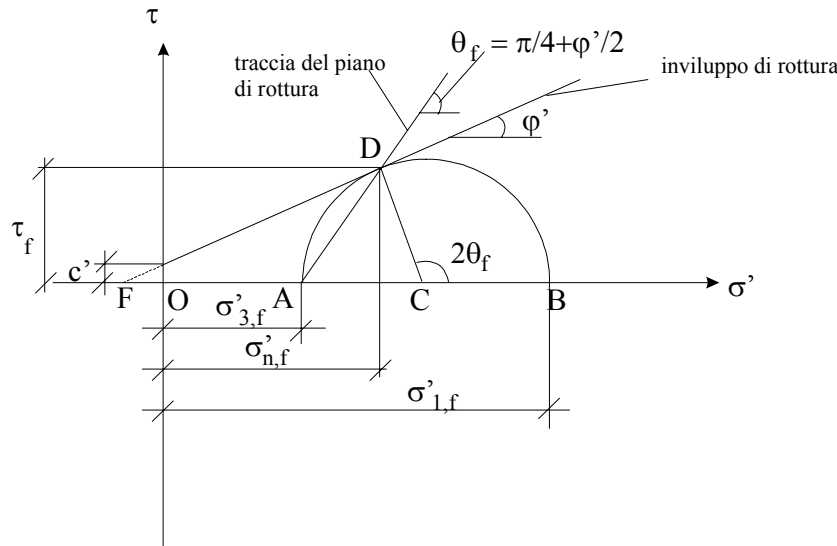


Figura 9.4 – Criterio di rottura di Mohr-Coulomb

la tensione efficace normale $\sigma'_{n,f}$ e la tensione tangenziale τ_f rispetto ai piani principali per P (ovvero rispetto a quei piani su cui agiscono solo tensioni normali e le tensioni tangenziali sono zero).

In particolare l'angolo fra il piano di rottura ed il piano su cui agisce la tensione principale maggiore $\sigma'_{1,f}$ è pari a $(\pi/4 + \phi'/2)$ ¹.

Infatti, con riferimento alla Figura 9.4, si considerino i valori degli angoli del triangolo FDC:

$$\widehat{DFC} = \phi', \quad \widehat{FDC} = \pi/2, \quad \widehat{FCD} = \pi - 2\theta_f$$

Poiché la somma degli angoli di un triangolo è π , ne risulta: $\theta_f = \phi'/2 + \pi/4$

8.3.1 Osservazioni sull'involuppo di rottura

In relazione a quanto esposto nei paragrafi precedenti è opportuno evidenziare che:

- il criterio di rottura di Mohr-Coulomb non dipende dalla tensione principale intermedia; si osservi infatti la Figura 9.5 che rappresenta lo stato tensionale in un punto in condizioni di rottura. Essa dipende dai valori di $\sigma'_{1,f}$ e di $\sigma'_{3,f}$, che definiscono dimensioni e posizione del cerchio di Mohr tangente alla retta di involuppo di rottura, ed è indipendente dal valore di $\sigma'_{2,f}$.

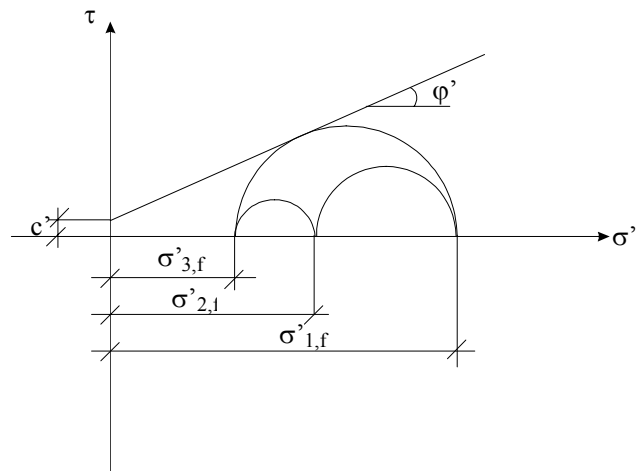


Figura 9.5 – Il criterio di rottura di Mohr-Coulomb non dipende dalla tensione principale intermedia, σ'_2

¹ Si osservi inoltre che la tensione τ_f non è il valore massimo della tensione tangenziale nel punto P, la quale è invece pari al raggio del cerchio di Mohr: $\tau_{\max} = \frac{1}{2} \cdot (\sigma'_1 - \sigma'_3)$, è associata ad una tensione normale che è pari al valore medio delle tensioni principali maggiore e minore: $\sigma'_m = \frac{1}{2} \cdot (\sigma'_1 + \sigma'_3)$ ed agisce su un piano ruotato di $\pi/4$ rispetto al piano su cui agisce la tensione principale maggiore $\sigma'_{1,f}$ e quindi di $\phi'/2$ rispetto al piano di rottura.

- i parametri di resistenza al taglio c' e ϕ' non sono caratteristiche fisiche del terreno, ma sono funzione di molti fattori, fra cui: storia tensionale, indice dei vuoti, livello di tensione e di deformazione, tipo di struttura, composizione granulometrica, temperatura etc..
- l'involuppo a rottura può presentare $c' = 0$;
- l'involuppo di rottura reale non è necessariamente una retta; spesso tale approssimazione è accettabile solo in un campo limitato di tensioni. Pertanto nella sperimentazione di laboratorio occorre indagare sul campo di tensioni prossimo allo stato tensionale in sito.

Occorre poi considerare una importantissima conseguenza della seguente asserzione del principio delle tensioni efficaci: *“la variazione di resistenza al taglio è attribuibile esclusivamente a variazioni delle tensioni efficaci”*. Quando in un terreno interviene una alterazione delle tensioni totali, a causa di carichi, positivi o negativi, applicati in superficie o in profondità, risultano conseguentemente alterate le pressioni interstiziali e le tensioni efficaci, ed ha inizio un processo di filtrazione in regime transitorio (consolidazione).

Nei terreni a grana grossa, molto permeabili, tale processo è pressoché istantaneo (sistema aperto), cosicché alle variazioni di tensione totale corrispondono immediatamente analoghe variazioni di tensione efficace mentre le tensioni interstiziali rimangono inalterate (condizioni drenate). Dunque, noto lo stato tensionale iniziale, è sufficiente conoscere entità e distribuzione degli incrementi di tensione (totale = efficace) indotti dal carico applicato per poter valutare la resistenza al taglio disponibile in ogni punto dell'ammasso (naturalmente se sono noti i parametri di resistenza al taglio).

Invece nei terreni a grana fine, poco permeabili, non sono generalmente note né l'entità né l'evoluzione nel tempo delle variazioni di pressione interstiziale e di tensione efficace conseguenti ad una variazione di tensione totale prodotta dai carichi applicati². Possiamo solo dire che, se il terreno è saturo, all'istante di applicazione del carico le deformazioni volumetriche sono nulle (sistema chiuso, condizioni non drenate o a breve termine), mentre possono esserci deformazioni di taglio. Solo dopo che si sarà esaurito il processo di consolidazione e le sovrappressioni interstiziali si saranno dissipate, le tensioni efficaci e quindi la resistenza al taglio si saranno stabilizzate sul valore finale (condizioni drenate o a lungo termine).

Consequentemente, mentre per i terreni a grana grossa la resistenza al taglio, e quindi le condizioni di stabilità, non variano nel tempo dall'applicazione del carico, ciò avviene per i terreni a grana fine. In particolare se durante il processo di consolidazione le tensioni efficaci crescono, anche la resistenza al taglio progressivamente cresce e le condizioni di stabilità più critiche sono a breve termine. Se invece durante il processo di consolidazione le tensioni efficaci decrescono anche la resistenza al taglio progressivamente decresce e le condizioni di stabilità più critiche sono a lungo termine. Per tale motivo, ad esempio, se un rilevato è stabile subito dopo la costruzione lo sarà anche in futuro, ma se la parete di uno scavo è stabile subito dopo la sua esecuzione non è affatto detto che lo sarà anche dopo un certo tempo.

² In alcuni casi semplici tali variazioni sono note. Abbiamo visto ad esempio che in condizioni di carico edometrico (compressione con espansione laterale impedita) all'istante di applicazione dell'incremento di tensione verticale totale corrisponde, nei terreni saturi, un eguale incremento di pressione neutra, mentre la tensione efficace rimane invariata e non si manifesta alcuna deformazione (né volumetrica né di taglio).

9.4 Coefficienti di Skempton

Si consideri un elemento di terreno poco permeabile, saturo e sotto falda all'interno di un deposito omogeneo con superficie del piano campagna orizzontale. Per simmetria cilindrica le tensioni geostatiche verticale e orizzontali sono tensioni principali e le tensioni principali orizzontali sono tra loro uguali (stato tensionale assial-simmetrico). Si supponga che la tensione verticale corrisponda alla tensione principale maggiore σ_1 e quelle orizzontali alla tensione principale minore σ_3 . Per definizione in un tubo piezometrico posto alla profondità dell'elemento l'acqua risalirebbe fino alla profondità del livello di falda (Figura 9.6a).

Supponiamo che un carico, applicato in modo istantaneo in superficie, produca istantaneamente, nell'elemento di terreno considerato, un incremento assial simmetrico dello stato tensionale totale, ovvero un incremento $\Delta\sigma_1$ della tensione principale maggiore (verticale), un incremento $\Delta\sigma_3$ della tensione principale minore (orizzontale) e, di conseguenza, un incremento Δu della pressione interstiziale, testimoniato da un innalzamento del livello dell'acqua nel piezometro della quantità $\Delta u/\gamma_w$ (Figura 9.6b).

Possiamo pensare di scomporre l'incremento dello stato tensionale totale in due parti (Figura 9.6c):

- una prima parte di incremento delle tensioni isotropo, ovvero agente in modo eguale in tutte le direzioni, di intensità $\Delta\sigma_3$;
- e una seconda parte di incremento deviatorico, ovvero agente solo in direzione verticale, di intensità $(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$.

Indichiamo con Δu_b l'incremento di pressione interstiziale causato dall'incremento di tensione totale isotropa $\Delta\sigma_3$, e con Δu_a l'incremento di pressione interstiziale causato dall'incremento di tensione totale deviatorica $(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$. Naturalmente dovrà essere:

$$\Delta u = \Delta u_b + \Delta u_a \tag{Eq. 9.5}$$

Indichiamo con B il rapporto fra l'incremento di pressione interstiziale Δu_b e l'incremento di tensione totale isotropa $\Delta\sigma_3$ che ne è stata causa:

$$B = \frac{\Delta u_b}{\Delta\sigma_3} \tag{Eq. 9.6}$$

Analogamente indichiamo con \bar{A} il rapporto fra l'incremento di pressione interstiziale Δu_a e l'incremento di tensione totale isotropa $(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$ che ne è stata causa:

$$\bar{A} = \frac{\Delta u_a}{(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)} \tag{Eq. 9.7}$$

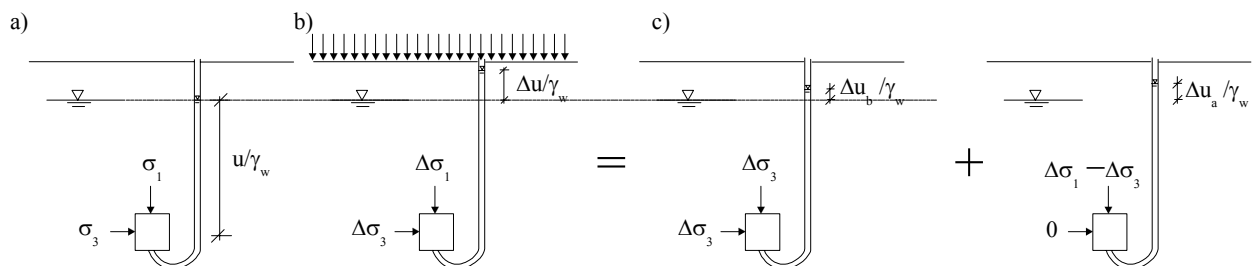


Figura 9.6 - a) Stato iniziale; b) incremento istantaneo dello stato di tensione; c) scomposizione

Ne risulta che l'incremento di pressione interstiziale Δu può essere calcolato, noti i parametri B ed \bar{A} , con la relazione:

$$\Delta u = B \cdot \Delta \sigma_3 + \bar{A} \cdot (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \quad (\text{Eq. 9.8})$$

ovvero, avendo posto $A = \bar{A}/B$, con la relazione:

$$\Delta u = B \cdot [\Delta \sigma_3 + A \cdot (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)] \quad (\text{Eq. 9.9})$$

I parametri B , A (e \bar{A}) sono detti parametri delle pressioni interstiziali o **coefficienti di Skempton** e possono essere determinati in laboratorio con prove triassiali consolidate non drenate (Paragrafo 9.7.2).

9.41 Il coefficiente B

Se l'elemento di terreno è saturo ($S_r=1$), assumendo trascurabile la compressibilità dell'acqua, l'applicazione di un incremento di tensione totale isotropa $\Delta \sigma$ in condizioni non drenate non produce alcuna deformazione (né volumetrica né di distorsione) e quindi, in base al principio delle tensioni efficaci, non produce neppure variazioni di tensione efficace ($\Delta \sigma' = 0$).

Pertanto, per un terreno saturo, risulta:

$$\Delta \sigma = \Delta \sigma' + \Delta u = \Delta u,$$

$$\text{ovvero } B = \Delta u / \Delta \sigma = 1$$

Se invece l'elemento di terreno fosse del tutto privo di acqua interstiziale ($S_r = 0$),

l'applicazione di un incremento di tensione totale isotropa $\Delta \sigma$ produrrebbe una deformazione volumetrica (isotropa se lo scheletro solido è isotropo) e un eguale incremento di tensione efficace ($\Delta \sigma' = \Delta \sigma$).

Pertanto, per un terreno secco, risulta:

$$\Delta \sigma = \Delta \sigma' + \Delta u = \Delta \sigma', \quad \rightarrow \Delta u = 0$$

$$\text{ovvero } B = \Delta u / \Delta \sigma = 0.$$

Nei casi intermedi, ovvero per terreni parzialmente saturi, risulta:

$$\Delta \sigma = \Delta \sigma' + \Delta u, \quad \Delta \sigma' > 0, \quad \Delta u > 0,$$

$$\text{ovvero } 0 < B = \Delta u / \Delta \sigma < 1.$$

Il parametro B dipende dal grado di saturazione dei terreni, con una legge non lineare e variabile da terreno a terreno, qualitativamente rappresentata in Figura 9.7.

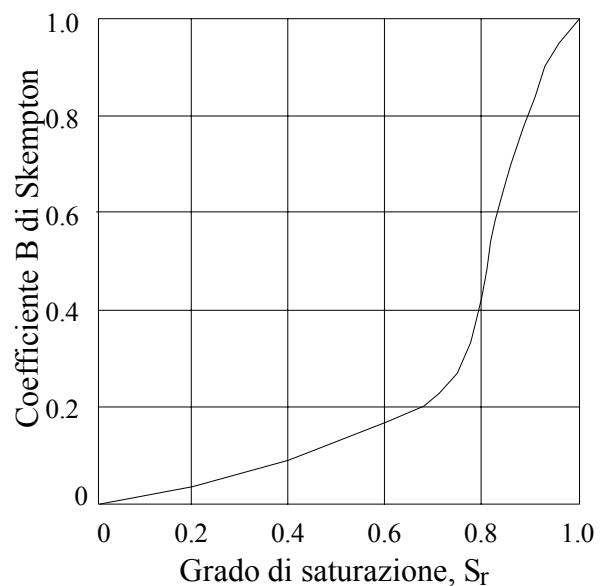


Figura 9.7 – Tipica variazione del coefficiente B di Skempton con il grado di saturazione S_r .

9.4.2 Il coefficiente A

Se l'elemento di terreno è saturo, come abbiamo visto risulta $B = 1$, per cui i parametri A e $\bar{A}=A \cdot B$ coincidono. Per un dato terreno, il loro valore non è unico, come per il parametro B , ma dipende dallo stato tensionale iniziale e dall'incremento di tensione deviatorica.

Il valore assunto dal parametro A in condizioni di rottura è indicato con A_f , che pertanto rappresenta il rapporto tra l'incremento di pressione interstiziale in condizioni non drenate a rottura, Δu_f , e il corrispondente valore dell'incremento di tensione deviatorica totale $(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)_f$.

Il valore di A_f dipende da numerosi fattori, il principale dei quali è la storia tensionale, ovvero il grado di sovraconsolidazione OCR . Per le argille normalmente consolidate ($OCR = 1$) A_f ha valori usualmente compresi tra 0,5 e 1, mentre per le argille fortemente sovraconsolidate ($OCR > 4$) A_f assume valori negativi.

In Figura 9.8 è mostrata una tipica variazione di A_f con OCR per un'argilla. È importante notare il significato fisico di A , e riflettere sulle sue conseguenze nel comportamento meccanico delle opere geotecniche: un valore positivo di A significa che la pressione interstiziale nel terreno cresce con la tensione deviatorica totale, mentre al contrario se A è negativo la pressione interstiziale decresce. Occorre tuttavia sottolineare il fatto che i valori di A_f , generalmente riportati in letteratura e nei rapporti geotecnici di laboratorio, non possono essere utilizzati per valutare gli incrementi di pressione interstiziale in condizioni di esercizio, poiché si riferiscono a condizioni di tensione differenti.

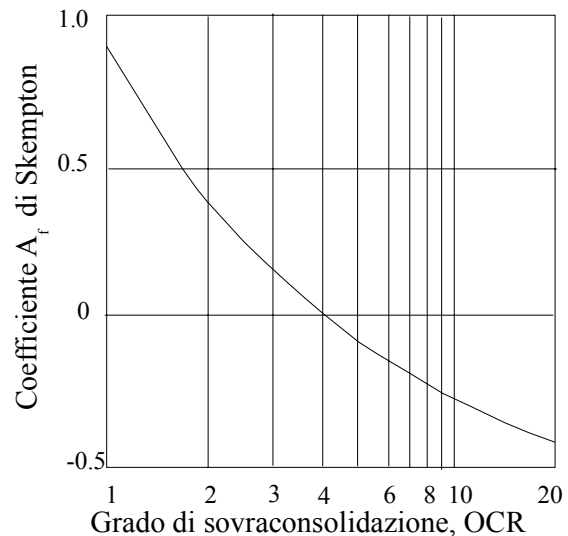


Figura 9.8 – Tipica variazione del coefficiente A_f di Skempton con il grado di sovraconsolidazione OCR

9.5 Apparecchiature e prove di laboratorio per la determinazione della resistenza al taglio

La resistenza al taglio dei terreni può essere determinata (o stimata) con prove di laboratorio e con prove in sito. Le due categorie di prove sono fra loro complementari, nel senso che presentano vantaggi e limiti di tipo opposto, come già è stato detto a proposito della determinazione sperimentale del coefficiente di permeabilità, e come sarà meglio chiarito in seguito quando si tratteranno le prove in sito.

L'analisi dei risultati delle prove di laboratorio si presta bene allo studio delle leggi costitutive, poiché le condizioni geometriche, di vincolo e di drenaggio dei provini sono ben definite, il percorso di carico e/o di deformazione è imposto e controllato, il terreno su cui si esegue la prova è identificato e classificato. I principali limiti delle prove di laboratorio sono invece da ricercarsi nella incerta rappresentatività del comportamento in sito, sia per il ridottissimo volume di terreno sottoposto a prova sia perché durante le operazioni di campionamento, trasporto, estrusione e preparazione dei provini si produce inevitabilmente un disturbo tale che essi non sono mai nelle stesse condizioni in cui si trovavano in sito.

Esistono molte apparecchiature e prove di laboratorio per la determinazione della resistenza al taglio dei terreni. In questa sede esamineremo soltanto le più semplici e diffuse: la prova di taglio diretto e le prove triassiali standard.

9.6 La prova di taglio diretto

La prova di taglio diretto è la più antica, la più intuitiva e la più semplice fra le prove di laboratorio per la determinazione della resistenza al taglio dei terreni. Essa può essere eseguita su campioni ricostituiti di materiali sabbiosi e su campioni indisturbati o ricostituiti di terreni a grana fine.

Una rappresentazione schematica della cella dell'apparechiatura è mostrata in Figura 9.9. La prova si esegue su almeno tre provini, che in genere hanno sezione quadrata di lato $60 \div 100 \text{ mm}$ e altezza $20 \div 40 \text{ mm}$. La dimensione massima dei grani di terreno deve essere almeno 6 volte inferiore all'altezza del provino, per cui sono escluse le ghiaie e i ciottoli, salvo che non si disponga di apparecchiature speciali, molto grandi.

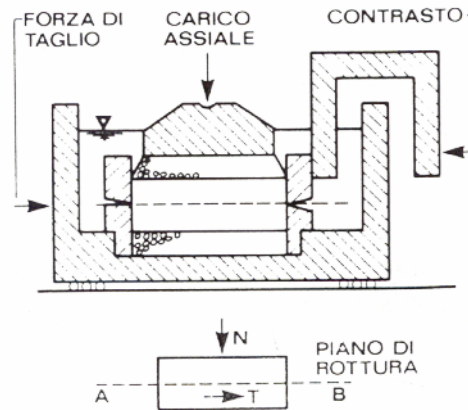


Figura 9.9 – Cella per la prova di taglio diretto

Il provino è inserito in un telaio metallico a sezione quadrata diviso in due parti da un piano orizzontale in corrispondenza della semialtezza, ed è verticalmente compreso tra due piastre metalliche nervate e forate, oltre ciascuna delle quali vi è una carta filtro ed una piastra di pietra porosa molto permeabile.

Attraverso una piastra di carico è possibile distribuire uniformemente sulla testa del provino una forza verticale di compressione. Il tutto è posto in una scatola piena d'acqua che può essere fatta scorrere a velocità prefissata su un'apposita rotaia. La metà superiore del telaio metallico è impedita di traslare da un contrasto collegato ad un anello dinamometrico (per la misura delle forze orizzontali T applicate), cosicché il movimento della scatola produce la rottura per taglio del provino nel piano orizzontale medio.

La prova si esegue in due fasi. Nella prima fase viene applicata in modo istantaneo e mantenuta costante nel tempo una forza verticale N che dà inizio ad un processo di consolidazione edometrica.

Durante la prima fase si misurano gli abbassamenti nel tempo del provino, controllando in tal modo il processo di consolidazione e quindi il raggiungimento della pressione verticale efficace media $\sigma'_n = \frac{N}{A}$, essendo A la sezione orizzontale del provino. La durata della

prima fase dipende dalla permeabilità del terreno e dall'altezza del provino.

Nella seconda fase si fa avvenire lo scorrimento orizzontale relativo, δ , a velocità costante fra le due parti del telaio producendo il taglio del provino nel piano orizzontale medio. Durante la fase di taglio si controlla lo spostamento orizzontale relativo e si misurano la forza orizzontale $T(\delta)$, che si sviluppa per reazione allo scorrimento, e le variazioni di al-

tezza del provino. La velocità di scorrimento deve essere sufficientemente bassa da non indurre sovrappressioni interstiziali. A tal fine la velocità può essere scelta in modo inversamente proporzionale al tempo di consolidazione della prima fase. A titolo puramente indicativo, le velocità di scorrimento sono dell'ordine di $2 \cdot 10^{-2} \text{ mm/s}$ per terreni sabbiosi e di 10^{-4} mm/s per i terreni a grana fine.

La prova va continuata fino alla chiara individuazione della forza resistente di picco T_f (Figura 9.10.a) o fino ad uno spostamento pari al 20% del lato del provino, quando non si possa individuare chiaramente un valore di picco della resistenza.

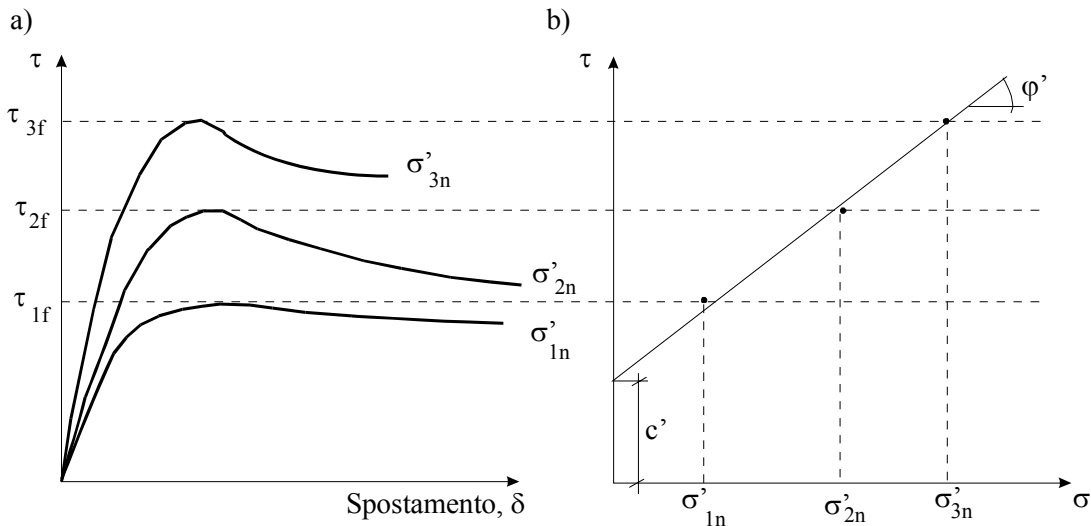


Figura 9.10 - Determinazione della resistenza a rottura, τ_f (a) e dei parametri di resistenza al taglio (b) da prova di taglio diretto.

La tensione efficace normale a rottura $\sigma'_{n,f} = \sigma'_n$ e la tensione tangenziale media a rottura sul piano orizzontale, $\tau_f = \frac{T_f}{A}$,³ sono le coordinate di un punto del piano di Mohr appartenente alla linea involucro degli stati di tensione a rottura.

Ripetendo la prova con differenti valori di N (almeno tre) si ottengono i punti sperimentali che permettono di tracciare la retta di equazione:

$$\tau_f = c' + \sigma' \cdot \tan \phi' \tag{Eq. 9.10}$$

e quindi di determinare i parametri di resistenza al taglio c' e ϕ' (Figura 9.10b).

I valori di N , e quindi di pressione verticale, devono essere scelti tenendo conto della tensione verticale efficace geostatica.

I principali limiti della prova di taglio diretto sono:

- l'area A del provino varia (diminuisce) durante la fase di taglio,
- la pressione interstiziale non può essere controllata,
- non sono determinabili i parametri di deformabilità,
- la superficie di taglio è predeterminata e, se il provino non è omogeneo, può non essere la superficie di resistenza minima.

³ In realtà l'area su cui distribuisce la forza resistente di picco T_f a rottura sarà inferiore a quella iniziale A per effetto dello scorrimento relativo delle due parti del provino.

Se la prova è condotta a velocità troppo elevate per consentire il drenaggio si ottiene una sovrastima di c' e una sottostima di ϕ' . L'esecuzione di prove di taglio diretto "rapide non drenate" è fortemente sconsigliata, poiché la rapidità della prova non è comunque sufficiente a garantire l'assenza di drenaggio ed i risultati non sono interpretabili né in termini di tensioni efficaci né in termini di tensioni totali.

9.7 L'apparecchio e le prove triassiali standard

Le prove triassiali standard sono eseguite, con modalità diverse, su campioni ricostituiti di materiali sabbiosi e su campioni indisturbati o ricostituiti di terreni a grana fine per determinarne le caratteristiche di resistenza al taglio e di rigidità. Nel seguito si considereranno solamente le prove di compressione su terreni saturi. Differenti modalità di prova (ad esempio per estensione) o prove su terreni non saturi sono possibili ma richiedono apparecchiature più complesse e, allo stato attuale, non sono di routine.

In Figura 9.11 è rappresentato lo schema di un apparecchio per prove triassiali standard. I provini di terreno hanno forma cilindrica con rapporto altezza/diametro generalmente compreso tra 2 e 2.5. Il diametro è di norma 35 o 50mm. Poiché il diametro deve essere almeno 10 volte maggiore della dimensione massima dei grani, prove triassiali su terreni contenenti ghiaie o ciottoli non sono possibili salvo disporre di apparecchiature speciali di grandi dimensioni.

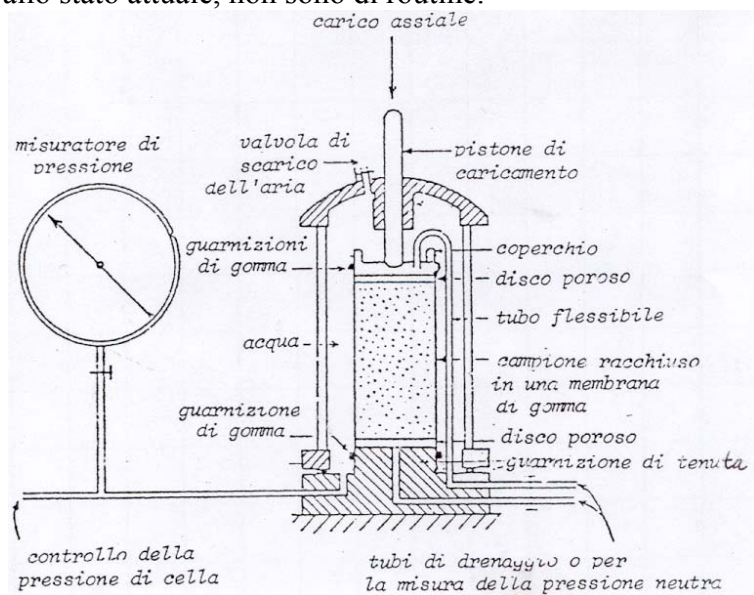


Figura 9.11 – Cella per prove triassiali di tipo standard

Lo stato tensionale a cui è soggetto un provino durante una prova triassiale è di tipo assial-simmetrico e rimane tale durante tutte le fasi della prova, quindi le tensioni principali agiscono sempre lungo le direzioni assiale e radiali del provino.

Il provino, la cui preparazione richiede procedure diverse a seconda della natura del terreno, è appoggiato su un basamento metallico all'interno di una cella di perspex. Tra il basamento e il provino è posto un disco di materiale poroso molto permeabile, protetto da un disco di carta filtro che evita l'intasamento dei pori. Anche superiormente al provino è posto un disco di carta filtro ed una pietra porosa, sopra la quale è appoggiata una piastra circolare di carico. La superficie laterale del provino è rivestita con una membrana di lattice di gomma, molto flessibile ed impermeabile, stretta con guarnizioni di gomma (O-ring) al basamento inferiore ed alla piastra di carico superiore. Talvolta tra la superficie laterale del provino e la membrana di lattice di gomma sono poste strisce verticali di carta filtro. La cella di perspex è riempita d'acqua che può essere messa in pressione esercitando così uno stato di compressione isotropa sul provino.

Il provino risulta idraulicamente isolato dall'acqua interna alla cella di perspex, ma in collegamento idraulico con l'esterno, poiché sia il basamento che la piastra di carico sono attraversati da condotti collegati con sottili e flessibili tubi di drenaggio. La carta filtro disposta sulla superficie laterale del provino ha la funzione di facilitare il flusso dell'acqua dal provino all'esterno. I tubi di drenaggio possono essere anche utilizzati per mettere in pressione l'acqua contenuta nel provino (*contropressione interstiziale o back pressure*), o possono essere chiusi e collegati a strumenti di misura della pressione dell'acqua.

Il tetto della cella è attraversato da un'asta verticale scorrevole (pistone di carico, Figura 9.11) che può trasmettere un carico assiale al provino attraverso la piastra di carico.

In definitiva con l'apparecchio triassiale standard è possibile:

- esercitare una pressione totale isotropa sul provino mediante l'acqua contenuta nella cella;
- fare avvenire e controllare la consolidazione isotropa del provino misurandone le variazioni di volume, corrispondenti alla quantità di acqua espulsa o assorbita attraverso i tubi di drenaggio;
- deformare assialmente il provino a velocità costante fino ed oltre la rottura misurando la forza assiale di reazione corrispondente;
- misurare il volume di acqua espulso o assorbito dal provino durante la compressione assiale a drenaggi aperti;
- controllare le deformazioni assiali del provino, determinate dalla velocità di avanzamento prescelta della pressa, durante la compressione assiale;
- misurare la pressione dell'acqua nei condotti di drenaggio (che si suppone eguale alla pressione interstiziale uniforme nei pori del provino) quando la compressione, isotropa o assiale, avviene a drenaggi chiusi,
- mettere in pressione l'acqua nei condotti di drenaggio, e quindi creare una eguale pressione interstiziale nel provino.

Nell'interpretare i risultati delle prove si ipotizza un comportamento deformativo isotropo del terreno.

Le prove triassiali standard sono condotte secondo tre modalità:

- ***prova triassiale consolidata isotropicamente drenata*** (TxCID),
- ***prova triassiale consolidata isotropicamente non drenata*** (TxCIU),
- ***prova triassiale non consolidata non drenata*** (TxUU).

Per ciascuno dei tre tipi di prova il provino è inizialmente saturato mediante la contemporanea applicazione di una tensione isotropa di cella e di una poco minore contropressione dell'acqua interstiziale⁴. In tal modo le bolle d'aria eventualmente presenti nel provino tendono a sciogliersi nell'acqua interstiziale.

La verifica dell'avvenuta saturazione viene fatta mediante la misura del coefficiente B di Skempton: a drenaggi chiusi si incrementa la pressione di cella di una quantità $\Delta\sigma$ e si misura il conseguente aumento di pressione interstiziale, Δu . Se il rapporto $\Delta u/\Delta\sigma$, ovvero

⁴ Teoricamente la pressione di cella e la back pressure dovrebbero essere eguali, in modo da non produrre variazioni di tensione efficace. In pratica si applica una pressione di cella lievemente maggiore della contropressione interstiziale per evitare che si accumuli acqua fra la membrana e la superficie laterale del provino.

il coefficiente B , risulta pari ad 1 , il provino è saturo (in pratica si ritiene sufficiente $B > 0.95$), se invece risulta $B < 0.95$ il provino non è saturo. Pertanto, per favorire la saturazione, si incrementano della stessa quantità i valori di pressione di cella e di contropressione interstiziale (in modo da mantenere costante la pressione efficace di consolidazione), e si ripete la verifica dell'avvenuta saturazione eseguendo una nuova misura di B .

9.7.1 Prova triassiale consolidata isotropicamente drenata (TxCID)

Dopo avere eseguito la saturazione, la prova si svolge in due fasi.

Nella prima fase il provino saturo è sottoposto a compressione isotropa mediante un incremento della pressione di cella, a drenaggi aperti fino alla completa consolidazione. La **pressione di consolidazione**, σ'_c , è pari alla differenza fra pressione di cella (totale), σ_c , e contropressione interstiziale, u_0 . Il processo di consolidazione è controllato attraverso la misura nel tempo del volume di acqua espulso e raccolto in una buretta graduata, che viene diagrammato in funzione del tempo (Figura 9.12).

Nella seconda fase, ancora a drenaggi aperti, si fa avanzare il pistone a velocità costante e sufficientemente bassa da non produrre sovrappressioni interstiziali all'interno del provino. La velocità può essere scelta in modo inversamente proporzionale al tempo di consolidazione

della prima fase. Durante la seconda fase è controllata la variazione nel tempo dell'altezza del provino, e sono misurate:

- la forza assiale esercitata dal pistone
- la variazione di volume del provino.

Tali misure permettono di calcolare, fino ed oltre la rottura del provino:

- la deformazione assiale media, ε_a ,
- la deformazione volumetrica media, ε_v , (e quindi anche la deformazione radiale media, $\varepsilon_r = (\varepsilon_v - \varepsilon_a) / 2$,
- la tensione assiale media, σ_a , (e quindi anche di tensione deviatorica media, $\sigma_a - \sigma_r = \sigma'_a - \sigma'_r$, essendo σ_r la pressione radiale che rimane costante durante la prova).

I risultati della prova sono di norma rappresentati in grafici $\varepsilon_a - (\sigma_a - \sigma_r)$, e $\varepsilon_a - \varepsilon_v$ (Figura 9.13).

Poiché durante la fase di compressione assiale la pressione di cella σ_c e la pressione interstiziale u_0 rimangono costanti (e quindi anche la pressione radiale totale $\sigma_r = \sigma_c$) e poiché non si sviluppano sovrappressioni interstiziali, essendo la prova drenata, allora rimane costante anche la pressione radiale efficace, σ'_r , che corrisponde alla tensione efficace principale minore ($\sigma'_r = \sigma'_3$), mentre cresce la tensione efficace assiale media, σ'_a , che corrisponde alla tensione efficace principale maggiore ($\sigma'_a = \sigma'_1$).

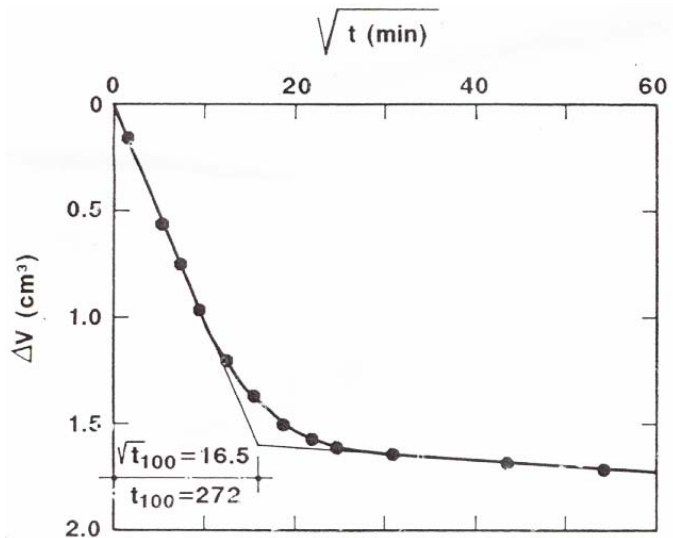


Figura 9.12 – Variazione di volume di un provino che consolida in cella triassiale, in funzione del tempo

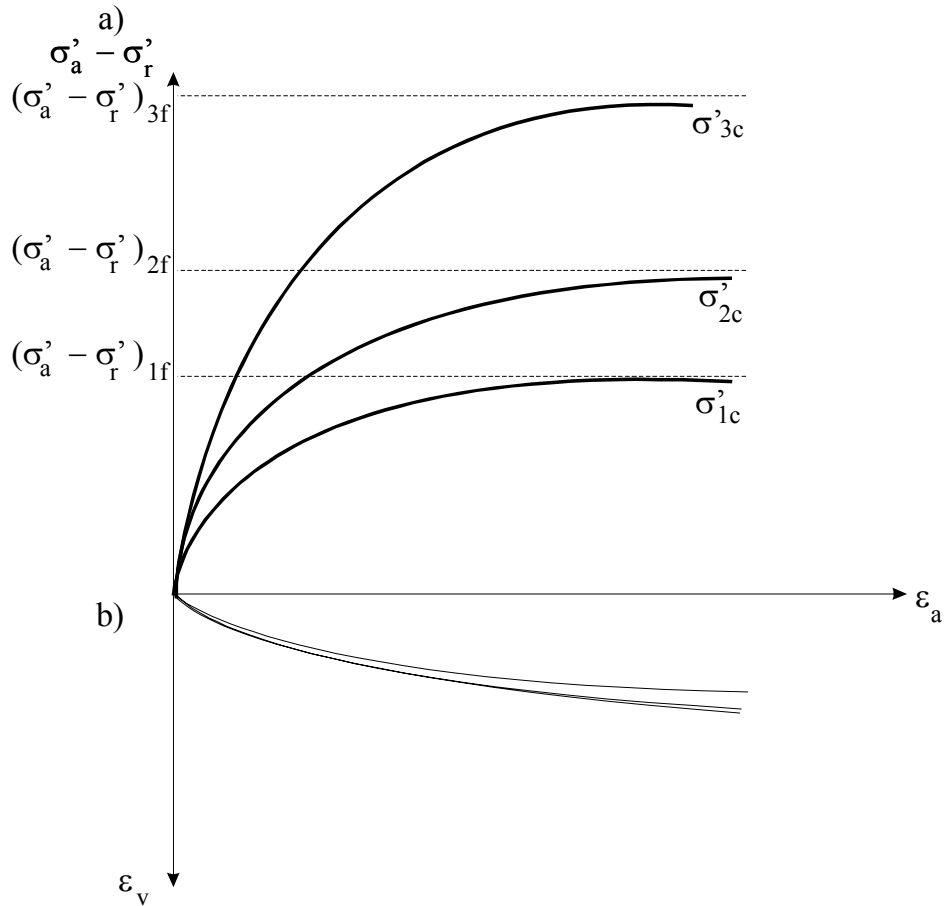


Figura 9.13 - Risultati di prove TxCID: a) diagrammi $\varepsilon_a - (\sigma'_a - \sigma'_r)$; b) diagrammi $\varepsilon_a - \varepsilon_v$

È dunque possibile seguire l'evoluzione nel tempo del cerchio di Mohr corrispondente allo stato tensionale del provino fino ed oltre la rottura (Figura 9.14).

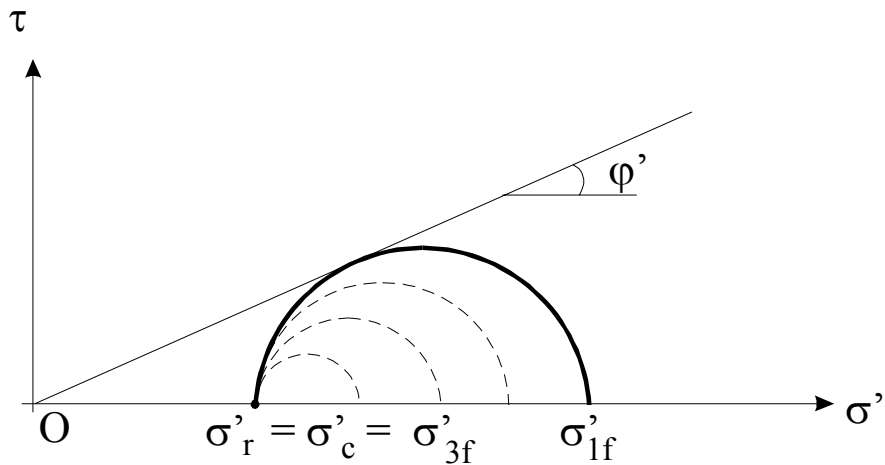


Figura 9.14 - Evoluzione dei cerchi di Mohr durante la prova TxCID

La prova deve essere eseguita su almeno tre provini a differenti pressioni di consolidazione.

I cerchi di Mohr a rottura dei tre provini sono tangenti alla retta di equazione:

$$\tau_f = c' + (\sigma - u) \cdot \tan \phi' = c' + \sigma' \cdot \tan \phi' \quad (\text{Eq. 9.11})$$

che rappresenta, per il campo di tensioni indagato, la resistenza al taglio del terreno (Figura 9.15).

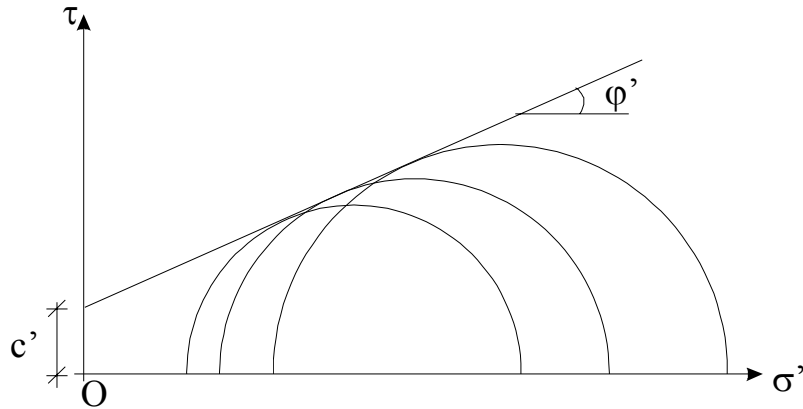


Figura 9.15 – Determinazione dei parametri di resistenza al taglio da prove triassiali TxCID e TxCIU

L'esecuzione della prova TxCID richiede un tempo tanto maggiore quanto minore è la permeabilità del terreno, ed è pertanto generalmente riservata a terreni sabbiosi o comunque abbastanza permeabili.

9.7.2 Prova triassiale consolidata isotropicamente non drenata (TxCIU)

Anche questa prova, una volta eseguita la saturazione, si svolge in due fasi, la prima delle quali è identica a quella della prova TxCID.

Al termine della prima fase, e quindi a consolidazione avvenuta (ad una pressione di consolidazione, σ'_c , pari alla differenza fra la pressione di cella, σ_c , e la contropressione interstiziale, u_0), vengono chiusi i drenaggi isolando idraulicamente il provino che, essendo saturo, non subirà ulteriori variazioni di volume.

Nella seconda fase, a drenaggi chiusi e collegati a trasduttori che misurano la pressione dell'acqua nei condotti di drenaggio e quindi nei pori del provino, si fa avanzare il pistone a velocità costante, anche relativamente elevata.

Durante la seconda fase è controllata la variazione nel tempo dell'altezza del provino, e sono misurate:

- la forza assiale esercitata dal pistone,
- la variazione di pressione interstiziale all'interno del provino.

Tali misure permettono di calcolare, al variare del tempo fino ed oltre la rottura del provino:

- la deformazione assiale media, ε_a ,
- la tensione assiale media, σ_a , (e quindi anche la tensione deviatorica media, $\sigma_a - \sigma_r = \sigma'_a - \sigma'_r$, essendo σ_r la pressione radiale),
- il coefficiente A di Skempton.

I risultati della prova sono di norma rappresentati in grafici $\varepsilon_a - (\sigma_a - \sigma_r)$, e $\varepsilon_a - \varepsilon_v$ (Figura 9.16).

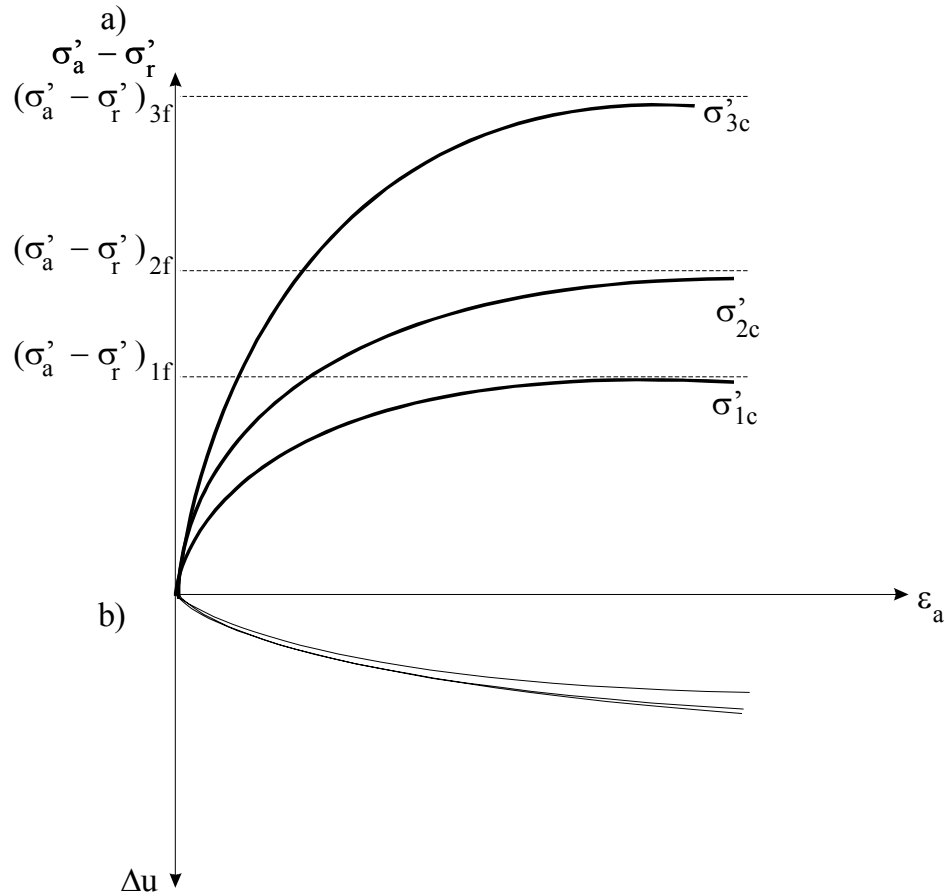


Figura 9.16 - Risultati di prove TxCIU: a) diagrammi $\varepsilon_a - (\sigma'_a - \sigma'_r)$; b) diagrammi $\varepsilon_a - \Delta u$

In questo tipo di prova, durante la fase di compressione assiale la pressione di cella σ_c rimane costante (e quindi anche la pressione radiale totale $\sigma_r = \sigma_c$), mentre la pressione interstiziale u , inizialmente pari a u_0 , varia. Di conseguenza variano sia la tensione efficace assiale media, $\sigma'_a = \sigma_a - u$, che corrisponde alla tensione efficace principale maggiore ($\sigma'_a = \sigma'_1$), sia la pressione radiale efficace, $\sigma'_r = \sigma_c - u$, che corrisponde alla tensione efficace principale minore ($\sigma'_r = \sigma'_3$), ed è possibile seguire l'evoluzione nel tempo del cerchio di Mohr corrispondente allo stato tensionale del provino fino ed oltre la rottura, sia in termini di tensioni totali che in termini di tensioni efficaci.

Infatti, se si rappresentano i cerchi a rottura sul piano di Mohr in termini di tensioni totali e si traslano di una quantità pari alla pressione interstiziale misurata a rottura, u_f , si ottengono i cerchi corrispondenti in termini di tensioni efficaci (Figura 9.17).

La prova viene eseguita su almeno tre provini a differenti pressioni di consolidazione. La retta involuppo dei cerchi di Mohr a rottura dei tre provini, in termini di tensioni efficaci, che consente di ricavare i parametri c' e ϕ' , ha equazione (9.11) e rappresenta, per il campo di tensioni indagato, la resistenza al taglio del terreno (Figura 9.15).

Se la prova è interpretata in termini di tensioni totali, il valore a rottura dello sforzo di taglio,

$$\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)_f,$$

rappresenta la resistenza al taglio non drenata c_u (Figura 9.17).

Poiché i tre provini vengono consolidati sotto tre diversi valori di pressione, σ'_c , risultano diversi tra loro anche i valori di c_u .

Se il terreno è normalmente consolidato si ha $c' = 0$ in termini di tensioni efficaci, mentre in termini di tensioni totali il rapporto $\frac{c_u}{\sigma'_c}$ è costante.

Per un dato terreno e a parità di pressioni di consolidazione, i risultati delle prove TxCIU, interpretati in termini di tensioni efficaci, sono sostanzialmente analoghi ai risultati delle prove TxCID. Pertanto esse sono generalmente riservate a terreni argillosi o comunque poco permeabili, per i quali l'esecuzione di prove TxCID richiederebbe tempi molto lunghi.

9.7.3 Prova triassiale non consolidata non drenata (TxUU)

È consigliabile che anche questa prova sia eseguita previa saturazione dei provini, sebbene spesso ciò non avvenga. Anch'essa si svolge in due fasi.

Nella prima fase, dopo avere chiuso i drenaggi, il provino è sottoposto a compressione isotropa portando in pressione il fluido di cella al valore assegnato di pressione totale σ_c . Se il provino è saturo, e quindi il coefficiente B di Skempton è pari ad 1 , il volume del provino non varia e l'incremento della pressione di cella (totale) comporta un uguale aumento della pressione interstiziale, mentre le tensioni efficaci non subiscono variazioni e quindi non varia la pressione efficace, σ'_c .

Nella seconda fase, a drenaggi ancora chiusi, si fa avanzare la pressa su cui si trova la cella triassiale a velocità costante, anche piuttosto elevata.

Durante la seconda fase è controllata la variazione nel tempo dell'altezza del provino, ed è misurata la forza assiale esercitata sul provino, mentre di norma non è misurato l'incremento di pressione interstiziale.

Tali misure permettono di calcolare, al variare del tempo, fino ed oltre la rottura del provino:

- la deformazione assiale media, ε_a ,
- la tensione assiale media, σ_a , (e quindi anche la tensione deviatorica media, $\sigma_a - \sigma_r = \sigma'_a - \sigma'_r$, essendo σ_r la pressione radiale).

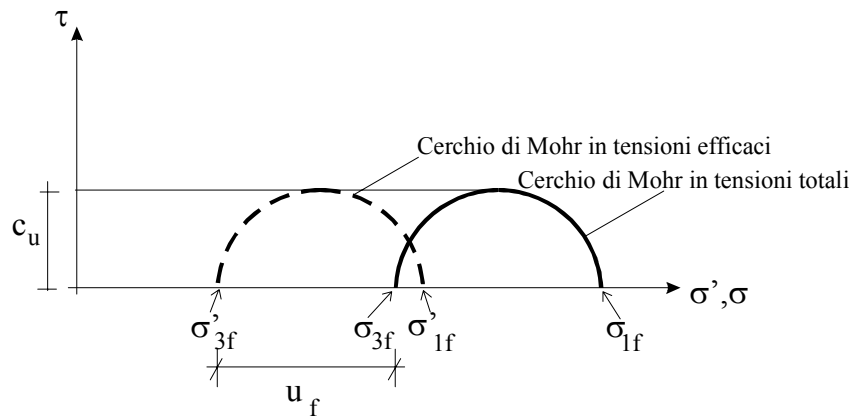


Figura 9.17 - Evoluzione dei cerchi di Mohr durante la prova TxCIU

La prova viene eseguita su almeno tre provini a differenti pressioni totali di cella. Poiché la pressione efficace di consolidazione dei tre provini è la stessa, i cerchi di Mohr a rottura dei tre provini nel piano delle tensioni totali avranno lo stesso diametro e quindi saranno involuppati da una retta orizzontale di equazione (Figura 9.18):

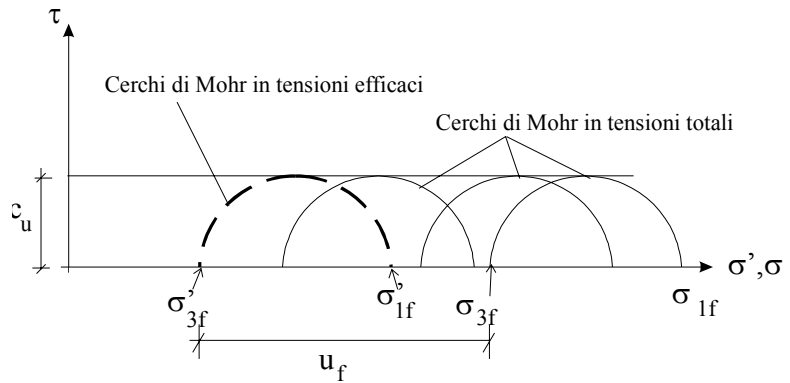


Figura 9.18 – Risultati di prove TxUU su provini saturati e a differenti pressioni totali di cella (σ_c)_i

$$\tau = c_u \tag{Eq. 9.12}$$

Se si misurasse la pressione interstiziale a rottura per i tre provini e si traslassero i cerchi di Mohr di una quantità pari alla pressione interstiziale misurata a rottura per ciascuno di essi, si otterrebbero cerchi coincidenti in termini di tensioni efficaci.

Le prove TxUU sono di norma eseguite su provini ricavati da campioni “indisturbati” di terreno a grana fine, e la resistenza al taglio in condizione non drenate, c_u , che si ricava dalle prove è dipendente, a parità di terreno, dalla pressione efficace di consolidazione in sito.

Occorre tuttavia tenere presente che durante le operazioni di prelievo, trasporto, estrazione dalla fustella, formazione dei provini, il terreno subisce comunque un disturbo ineliminabile.

In particolare, anche se il campione fosse prelevato con la massima cura, non è fisicamente possibile ripristinare in laboratorio contemporaneamente lo stato tensionale e deformativo del campione in sito.

Si consideri infatti lo stato di tensione di un elemento di argilla satura in sito, le tensioni geostatiche, nelle solite ipotesi assialsimmetriche, sono:

$$\begin{aligned} \sigma_{v0} &= \sigma'_{v0} + u_0 \\ \sigma_{h0} &= \sigma'_{h0} + u_0 = K_0 \cdot \sigma'_{v0} + u_0 \end{aligned} \tag{Eq. 9.13}$$

Dopo l'estrazione, a pressione atmosferica, le tensioni totali si annullano. Ciò equivale ad applicare incrementi di tensione totale eguali e contrari alle tensioni totali preesistenti, ovvero:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_v &= -(\sigma'_{v0} + u_0) \\ \Delta\sigma_h &= -(\sigma'_{h0} + u_0) = -(K_0 \cdot \sigma'_{v0} + u_0) \end{aligned} \tag{Eq. 9.14}$$

La pressione interstiziale diviene negativa (ovvero inferiore alla pressione atmosferica), e assume il valore:

$$u = u_0 + \Delta u < 0 \tag{Eq. 9.15}$$

La variazione di pressione interstiziale Δu può essere stimata con la relazione di Skempton (1954):

$$\Delta u = B \cdot [\Delta \sigma_h + A \cdot (\Delta \sigma_v - \Delta \sigma_h)] \quad (\text{Eq. 9.16})$$

Se l'argilla è satura $B = 1$, dunque risulta:

$$\begin{aligned} \Delta u &= \Delta \sigma_h + A \cdot (\Delta \sigma_v - \Delta \sigma_h) = -(K_0 \cdot \sigma'_{v0} + u_0) + A \cdot [-(\sigma'_{v0} + u_0) + (K_0 \cdot \sigma'_{v0} + u_0)] = \\ &= -\sigma'_{v0} \cdot [K_0 \cdot (1 - A) + A] - u_0 \end{aligned} \quad (\text{Eq. 9.17})$$

Dunque la pressione interstiziale u dopo l'estrazione vale:

$$u = u_0 + \Delta u = -\sigma'_{v0} \cdot [K_0 \cdot (1 - A) + A] < 0 \quad (\text{Eq. 9.18})$$

Il valore del parametro A (che varia con la deformazione) è quello che corrisponde al termine del processo di estrazione ed è differente dal valore a rottura A_f .

Dopo l'estrazione lo stato tensionale del campione è molto variato:

- le pressioni totali sono nulle,
- le pressioni efficaci sono isotrope e pari a:

$$\sigma'_v = \sigma'_h = -u = \sigma'_{v0} \cdot [K_0 \cdot (1 - A) + A] \quad (\text{Eq. 9.19})$$

Poiché la tensione geostatica efficace media vale:

$$\sigma'_m = \sigma'_{v0} \cdot \frac{(1 + 2 \cdot K_0)}{3} \quad (\text{Eq. 9.20})$$

eguagliando le equazioni (9.19) e (9.20) si verifica che la pressione isotropa efficace in prova TxUU corrisponde alla tensione geostatica efficace media in sito, e quindi che la resistenza al taglio non drenata di prova corrisponde con buona approssimazione alla resistenza al taglio non drenata in sito, per $A = 1/3$.

Nel campione di argilla estruso la tensione interstiziale negativa (*suzione*) produce un gradiente idraulico dall'esterno verso il centro, e una filtrazione che altera il contenuto in acqua locale. La parte interna del campione può avere contenuto in acqua anche del 4% superiore alla parte più superficiale.

In un terreno saturo contenuto in acqua e indice dei vuoti sono proporzionali, dunque non è fisicamente possibile ripristinare in laboratorio contemporaneamente lo stato tensionale e deformativo del campione in sito.

Se i provini di terreno sono sottoposti a prova TxUU senza averli preventivamente saturati, l'applicazione della pressione di cella, anche se a drenaggi chiusi, determina un incremento delle pressioni efficaci (essendo $B < 1$), una riduzione di volume, poiché l'aria contenuta nei vuoti è molto compressibile, e un aumento del grado di saturazione.

L'inviluppo a rottura, in termini di tensioni totali, risulterà curvilineo per basse pressioni di confinamento e orizzontale per le pressioni più elevate, per le quali il terreno risulterà saturo (Figura 9.19).

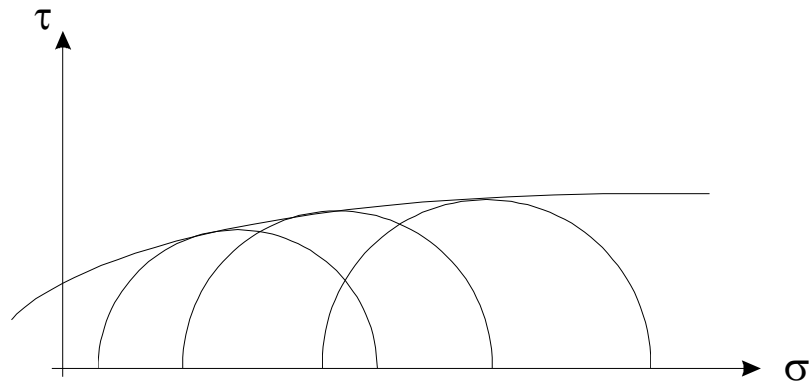


Figura 9.19 - Risultato di prove TxUU su provini non saturati

9.7.4 Prova di compressione semplice o prove di compressione con espansione laterale libera (ELL).

La prova di compressione con espansione laterale libera può essere eseguita solo su terreni a grana fine. I provini hanno la forma e le dimensioni dei provini per le prove triassiali. La prova consiste nel produrre la rottura del provino per compressione assiale mediante un pistone fatto avanzare a velocità costante e piuttosto elevata.

Il provino non è avvolto da membrana e non è compresso in direzione radiale.

Durante l'esecuzione della prova si controlla nel tempo la variazione di altezza del provino e si misura la forza assiale esercitata dal pistone.

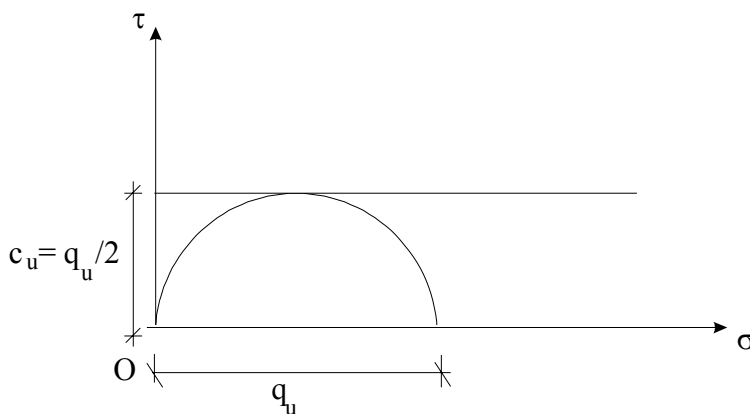


Figura 9.20 – Cerchio di Mohr a rottura per prova di compressione con espansione laterale libera

Il cerchio di Mohr a rottura nel piano delle tensioni totali è tangente all'origine degli assi, in quanto la tensione totale principale minore è nulla (ovvero è la pressione atmosferica) (Figura 9.20).

Sebbene non vi sia alcuna barriera fisica (membrana) che impedisca il drenaggio, l'elevata velocità di deformazione e la ridotta permeabilità del terreno fanno sì che le condizioni di prova siano praticamente non drenate, per cui il risultato

che si ottiene è lo stesso che si avrebbe con una prova TxUU su un provino non saturato e a pressione di cella pari a zero.

La pressione assiale totale media a rottura è indicata con q_u , e nell'ipotesi di terreno saturo, e quindi di involuppo a rottura in termini di tensioni totali rettilineo e orizzontale, risulta:

$$q_u = 2 \cdot c_u \tag{Eq. 9.21}$$

I principali vantaggi della prova consistono nella sua rapidità e semplicità di esecuzione, e quindi nel suo basso costo.

9.8 Resistenza al taglio di terreni a grana grossa

I terreni a grana grossa saturi non cementati non hanno coesione per cui sono spesso indicati col termine “terreni incoerenti”. Le sabbie parzialmente sature possono presentare una debole coesione apparente (che consente di costruire i castelli di sabbia). Le sabbie e le ghiaie cementate hanno coesione.

Con le usuali tecniche di campionamento non è quasi mai possibile prelevare nei terreni a grana grossa non cementati, campioni idonei alla preparazione di provini “indisturbati” per prove meccaniche di laboratorio. Pertanto i risultati delle prove di laboratorio, anche se condotte su provini di sabbia ricostituiti alla stessa densità del terreno in sito, non sono rappresentativi del comportamento meccanico del terreno naturale in sito. Di norma si ritiene più affidabile stimare la resistenza al taglio di sabbie e ghiaie in sito sulla base dei risultati di prove in sito.

Le prove di laboratorio sono tuttavia utili sia per determinare la resistenza al taglio di terreni sabbiosi da impiegare come materiale da costruzione, sia per lo studio delle leggi costitutive.

Durante una prova di resistenza meccanica di laboratorio (ad esempio di taglio diretto o triassiale drenata), il comportamento di due provini della stessa sabbia ma con differente indice dei vuoti (ovvero con differente densità relativa) può essere sensibilmente diverso.

In Figura 9.21 sono qualitativamente mostrati i diversi comportamenti di un provino di sabbia sciolta e di un provino della stessa sabbia ma più addensato, sottoposti ad una prova triassiale drenata alla stessa pressione di confinamento.

Il provino di sabbia sciolta presenta al crescere della deformazione assiale ε_a :

- un graduale aumento della resistenza mobilizzata ($\sigma'_1 - \sigma'_3$) fino a stabilizzarsi su un valore massimo che rimane pressoché costante anche per grandi deformazioni,
- una progressiva e graduale diminuzione del volume (e quindi dell'indice dei vuoti) con tendenza a stabilizzarsi su un valore minimo, cui corrisponde un **indice dei vuoti critico**, e_{crit} , che rimane pressoché costante anche per grandi deformazioni.

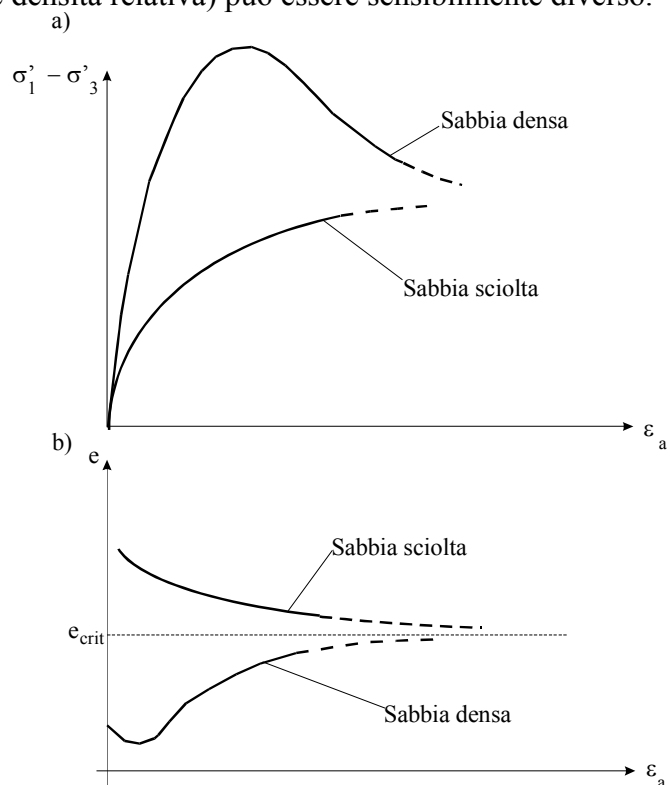


Figura 9.21 – Comportamento meccanico di due provini della stessa sabbia diversamente addensati in prova TxCID per eguale pressione efficace di confinamento

Il provino di sabbia densa, invece, presenta al crescere della deformazione assiale ε_a :

- una curva di resistenza con un massimo accentuato, corrispondente alla condizione di rottura, e un valore residuo, per grandi deformazioni, pressoché eguale al valore di resistenza mostrato dal provino di sabbia sciolta,
- una iniziale, piccola diminuzione di volume (e quindi di indice dei vuoti), seguita da un'inversione di tendenza per cui l'indice dei vuoti supera il valore iniziale e tende allo stesso valore di indice dei vuoti critico, e_{crit} .

In sostanza, il provino di sabbia densa, rispetto a quello di sabbia sciolta:

- è più rigido,
- ha una maggiore resistenza di picco,
- ha eguale resistenza residua,
- aumenta di volume per grandi deformazioni, mentre il provino di sabbia sciolta diminuisce di volume,
- ha lo stesso indice dei vuoti critico, ovvero la stessa densità relativa per grandi deformazioni.

Un modello semplice e intuitivo che può giustificare il diverso comportamento deformativo volumetrico è il seguente.

Consideriamo un insieme di sfere eguali e a contatto. La disposizione che corrisponde al massimo indice dei vuoti è quella in cui i centri delle sfere sono i nodi di un reticolo cubico. La disposizione che corrisponde al minimo indice dei vuoti è quella in cui i centri delle sfere sono i nodi di un reticolo tetraedrico. Nel primo caso lo scorrimento fra due parti dell'insieme implica una diminuzione di volume, nel secondo caso un aumento, come si può osservare dalla Figura 9.22.

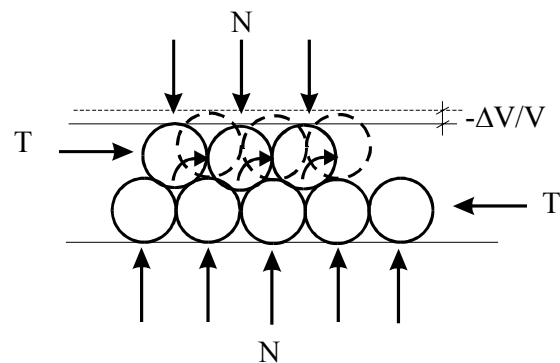


Figura 9.22 - Modello per spiegare il comportamento deformativo volumetrico dei mezzi granulari

Il valore dell'indice dei vuoti critico, che discrimina fra comportamento deformativo volumetrico *dilatante* e *contrattivo*, non è però una caratteristica del materiale ma dipende dalla pressione efficace di confinamento, per cui un provino di sabbia di una data densità relativa può avere comportamento dilatante a bassa pressione efficace di confinamento e contrattivo ad alta pressione efficace di confinamento.

Per una sabbia che presenta un massimo nelle curve tensioni – deformazioni si possono definire due diverse rette di involuppo della resistenza, ovvero due angoli di resistenza al taglio: l'*angolo di resistenza al taglio di picco* (a rottura), φ'_p , e l'*angolo di resistenza al taglio residuo* (per grandi deformazioni), φ'_R ⁵ (Figura 9.23). A seconda del problema geotecnico in studio, l'ingegnere dovrà scegliere di utilizzare l'uno o l'altro valore.

⁵ L'angolo di resistenza residuo può essere determinato in laboratorio con prove di taglio diretto con più cicli di carico e scarico, poiché la semplice corsa della scatola di taglio non è sufficiente a produrre grandi spostamenti.

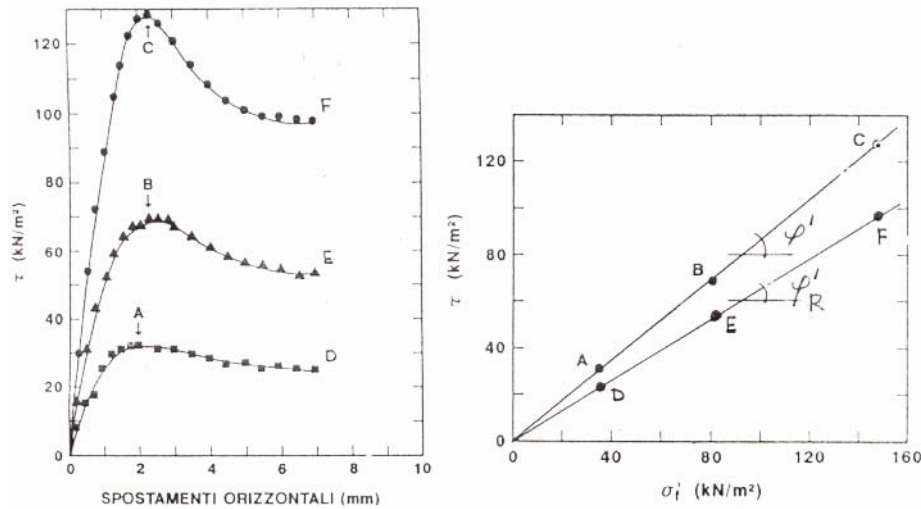


Figura 9.23 – Resistenza al taglio di picco e residua di una sabbia densa

I principali fattori che influenzano, in misura quantitativamente diversa, l'angolo di resistenza al taglio di picco dei terreni sabbiosi sono:

- la densità,
- la forma e la rugosità dei grani,
- la dimensione media dei grani,
- la distribuzione granulometrica.

Orientativamente il peso relativo dei fattori sopraelencati sul valore dell'angolo di resistenza di picco di un terreno incoerente è indicato in Tabella 9.1.

Tabella 9.1: Peso relativo dei fattori che influenzano il valore dell'angolo di resistenza al taglio di picco ϕ' di un terreno a grana grossa

$\phi' = 36^\circ + \Delta\phi'_1 + \Delta\phi'_2 + \Delta\phi'_3 + \Delta\phi'_4$			
Densità	$\Delta\phi'_1$	sciolta	- 6°
		media	0°
		densa	+ 6°
Forma e rugosità dei grani	$\Delta\phi'_2$	spigolo vivi	+ 1°
		media	0°
		arrotondati	- 3°
		molto arrotondati	- 5°
Dimensione dei grani	$\Delta\phi'_3$	sabbia	0°
		ghiaia fine	+ 1°
		ghiaia grossa	+ 2°
Distribuzione granulometrica	$\Delta\phi'_4$	uniforme	- 3°
		media	0°
		distesa	+ 3°

9.9 Resistenza al taglio di terreni a grana fine

I terreni a grana fine (limi e argille) saturi e normalmente consolidati, alle profondità di interesse per le opere di ingegneria geotecnica, presentano di norma indice di consistenza,

$I_c < 0.5$ e coesione efficace $c' = 0$. La curva tensioni-deformazioni presenta un andamento monotono con un graduale aumento della resistenza mobilizzata fino a stabilizzarsi su un valore massimo che rimane pressoché costante anche per grandi deformazioni, analogo a quello mostrato in Figura 9.13, dove il valore massimo della resistenza raggiunto cresce al crescere della pressione efficace di confinamento.

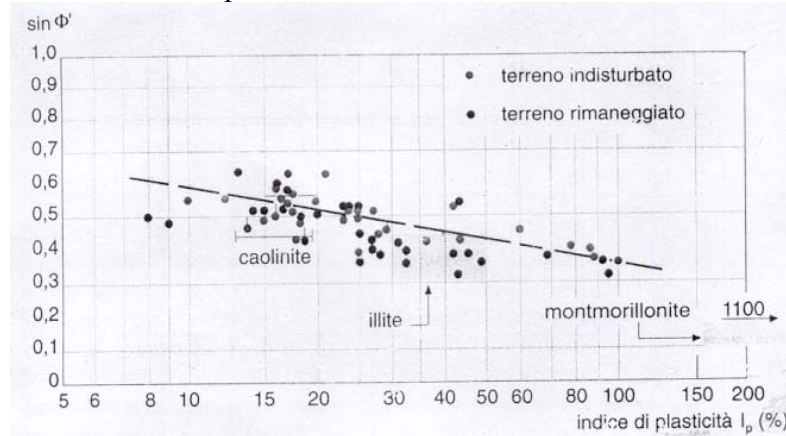


Figura 9.24 – Dipendenza dell'angolo di resistenza al taglio delle argille dall'indice di plasticità

L'angolo di resistenza al taglio φ' è inferiore a quello dei terreni a grana grossa e dipende dai minerali argillosi costituenti e quindi dal contenuto in argilla, CF , e dall'indice di plasticità, I_p (Figura 9.24).

I terreni a grana fine sovraconsolidati presentano di norma indice di consistenza, $I_c > 0,5$, coesione efficace $c' > 0$.

La curva tensioni-deformazioni presenta un massimo accentuato, corrispondente alla condizione di rottura, e un valore residuo, per grandi deformazioni. A parità di pressione efficace di confinamento la resistenza al taglio di picco dei terreni a grana fine cresce con il grado di sovraconsolidazione; a parità del grado di sovraconsolidazione e per lo stesso tipo di terreno, la resistenza al taglio di picco cresce al crescere della pressione efficace di confinamento, mentre il picco nella curva sforzi-deformazioni risulta sempre meno accentuato fino ad ottenere un andamento monotono, tipico di terreni normalconsolidati.

L'angolo di resistenza al taglio residuo è indipendente dalla storia dello stato tensionale, e quindi dal grado di sovraconsolidazione, OCR .

CAPITOLO 10

TERRENI INSATURI

10.1 Richiami

Nel Capitolo 1 abbiamo visto che:

- I terreni sono mezzi particellari costituiti da una fase solida (le particelle minerali), da una fase liquida (generalmente acqua, ma talvolta anche altri liquidi) e da una fase gassosa (generalmente aria e vapor d'acqua ma talvolta anche altri gas).
- Le molecole d'acqua possono essere libere di muoversi nei vuoti interparticellari (acqua interstiziale) oppure essere aderenti alla superficie delle particelle solide di terreno a causa di legami elettrochimici (acqua adsorbita).
- In un deposito di terreno naturale, sede di falda freatica, si riconoscono zone a differente grado di saturazione. In particolare, procedendo dal piano campagna verso il basso, si distingue la zona vadosa, sopra falda, che a sua volta si suddivide in zona di evapotraspirazione, zona di ritenzione e frangia capillare, e la zona sotto falda. Se i vuoti nel terreno sono fra loro comunicanti (come avviene quasi sempre), il terreno nella zona sotto falda è saturo d'acqua, mentre quello nella zona vadosa può essere saturo, parzialmente saturo o secco.
- La pressione dell'acqua sotto la falda freatica è superiore alla pressione atmosferica, mentre sopra il livello di falda è inferiore alla pressione atmosferica.

10.2 Capillarità

Se l'acqua nel terreno fosse soggetta alla sola forza di gravità, il terreno soprastante il livello di falda sarebbe completamente asciutto, salvo per l'acqua adsorbita e per l'acqua di percolazione delle precipitazioni atmosferiche, mentre in realtà esso è saturo fino ad una certa altezza al di sopra del livello di falda e parzialmente saturo nel tratto superiore.

Per comprendere le cause di tale fenomeno è utile introdurre il concetto di *capillarità*.

Se si immerge l'estremità di un tubo di vetro di piccolo diametro nell'acqua, si può osservare che l'acqua risale nel tubo fino ad un'altezza che dipende dal diametro del tubo, e che la superfi-

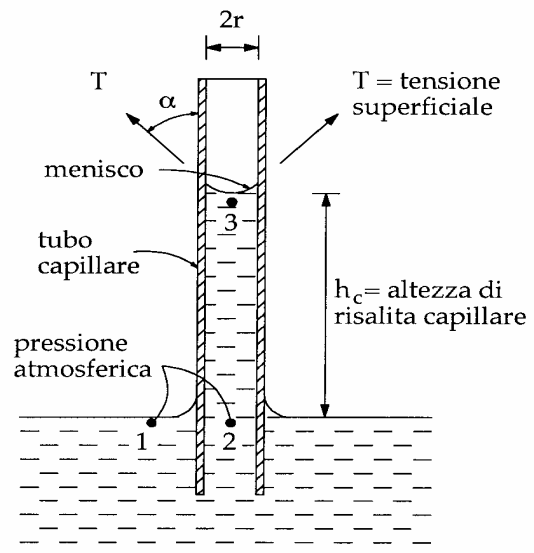


Figura 10.1: Risalita capillare in un tubo di vetro

cie di separazione fra l'acqua e l'aria nel tubo è concava (Figura 10.1).

La superficie di separazione aria-acqua, a causa di forze di attrazione molecolare, si comporta come una membrana elastica in uno stato uniforme di tensione, soggetta a differenti pressioni dalla parte del liquido e dalla parte del gas.

La colonna d'acqua di altezza h_c , detta **altezza di risalita capillare**, è come sostenuta dalla membrana (menisco) tesa sulla parete del tubo capillare.

Indicando con T [FL^{-1}] il valore della tensione superficiale della membrana, con α l'angolo di contatto del menisco con la parete verticale del tubo, e con r il raggio del tubo capillare, per l'equilibrio in direzione verticale, si ha:

$$h_c = \frac{2 \cdot T}{r \cdot \gamma_w} \cdot \cos \alpha \quad (\text{Eq. 10.1})$$

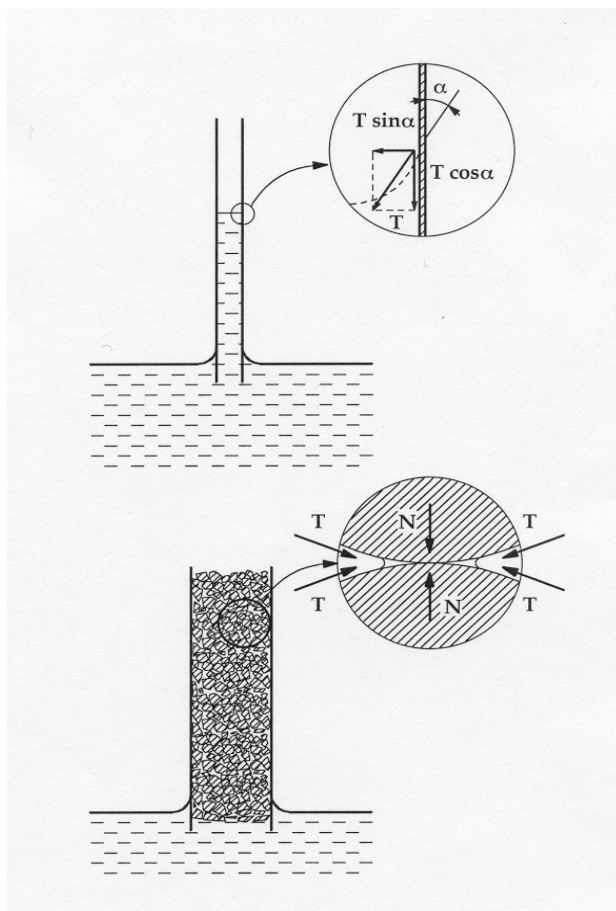


Figura 10.2: Compressione indotta dalla tensione superficiale

La pressione dell'acqua nei punti 1 e 2 (Figura 10.1) è pari alla pressione atmosferica, convenzionalmente assunta pari a zero, mentre nel tubo capillare la pressione dell'acqua è negativa (ovvero inferiore alla pressione atmosferica), varia linearmente con l'altezza e nel punto 3 assume il valore minimo $u_w = -h_c \gamma_w$. La forma concava del menisco, ovvero della superficie di separazione acqua-aria, è dovuta al fatto che la pressione atmosferica dell'aria, u_a , è superiore alla pressione dell'acqua, u_w , e quindi "gonfia" la membrana

La componente verticale $T \cos \alpha$ della tensione superficiale determina uno stato di compressione assiale nel tubo di vetro, la componente radiale $T \sin \alpha$ determina uno stato di compressione circonferenziale (Figura 10.2).

Con riferimento alla Figura 10.3 il caso (a) mostra la risalita capillare all'interno di un tubo di vetro pulito.

L'altezza h_c relativa al caso (a) può non essere raggiunta a causa della limitata altezza del tubo capillare, come mostrato nel caso (b). Se il tubo di vetro non ha diametro costante ma presenta delle sbulbature, l'altezza di risalita capillare è diversa a seconda che il processo sia di imbibizione o di essiccamento. Nel caso (c) si vede come la presenza di un bulbo di raggio maggiore di quello del tubo capil-

lita capillare è diversa a seconda che il processo sia di imbibizione o di essiccamento. Nel caso (c) si vede come la presenza di un bulbo di raggio maggiore di quello del tubo capil-

lare ($r_1 > r$) limiti l'altezza di risalita h_c ; al contrario nel caso (d) il processo di svuotamento è controllato dal raggio r del tubo e non da quello r_1 del bulbo.

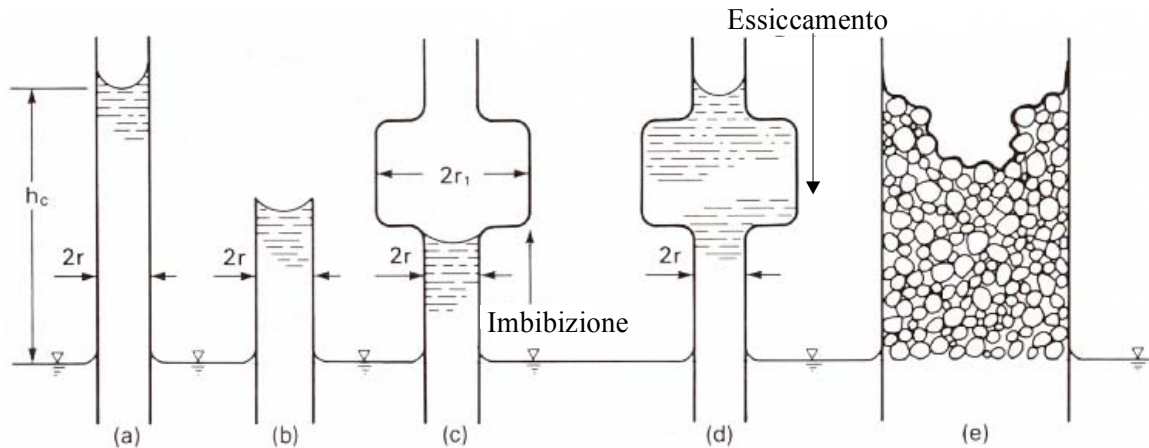


Figura 10.3 - Effetti dell'altezza e del raggio sulla risalita capillare

Nei terreni avviene un fenomeno analogo. I vuoti costituiscono un sistema continuo di canali tortuosi e a sezione variabile lungo i quali l'acqua risale dal livello di falda fino ad altezze diverse, cosicché il terreno risulta saturo fino ad una certa altezza e parzialmente saturo nel tratto superiore. La tortuosità, la rugosità e la dimensione delle pareti dei canali nel terreno dipendono dalla natura, dalla forma, dalle dimensioni, dalla distribuzione granulometrica e dallo stato di addensamento delle particelle solide di terreno. Questi stessi fattori, e in modo diverso a seconda che il processo sia di imbibizione o di essiccamento, determinano l'altezza di risalita capillare nel terreno. Il caso (e) di Figura 10.3 mostra le condizioni di un terreno imbibito per risalita capillare.

Un'espressione empirica approssimata dell'altezza di risalita capillare h_c (in cm) nei terreni è la seguente:

$$h_c = \frac{C_s}{e \cdot D_{10}} \quad (\text{Eq. 10.2})$$

in cui e è l'indice dei vuoti, D_{10} è il diametro efficace (in cm) e C_s è una costante empirica dipendente dalla forma dei grani e dalle impurità delle superfici, il cui valore è compreso tra 0,1 e 0,5 cm^2 . Valori indicativi dell'altezza di risalita capillare sono riportati in Tabella 10.1.

In un terreno parzialmente saturo sono possibili tre differenti condizioni di saturazione:

- condizione di saturazione a isole d'aria**, caratteristica di gradi di saturazione elevati ($S_r > 85\%$), in cui la fase gassosa non è continua ma è presente in forma di bolle d'aria;
- condizione di saturazione a pendolo**, caratteristica di gradi di saturazione molto bassi, in cui la fase liquida non è continua ma è presente solo nei menischi in corrispondenza dei contatti interparticellari; in tale condizione l'acqua nelle zone di contatto fra i grani forma menischi in modo analogo a quanto avviene in un tubo capillare, producendo uno stato di compressione fra i grani (Figura 10.2).

- c) **condizione di saturazione mista**, caratteristica di gradi di saturazione intermedi, in cui coesistono, in zone diverse del terreno, le due condizioni di saturazione precedenti.

Tabella 10.1: Valori indicativi dell'altezza di risalita capillare

Terreno	D_{10} (mm)	h_c (m)
Ghiaia	0,82	0,05
	0,11	0,80
Sabbia	0,03	1,60
	0,02	2,40
Limo	0,006	3,60
Argilla	0,001	>10,0

10.3 Suzione

I mezzi fluidi, acqua e aria, essendo privi di resistenza al taglio, sono caratterizzati da uno stato di tensione sferico.

Come già detto, in un terreno parzialmente saturo, a causa della tensione superficiale, la pressione dell'acqua nei pori (u_w) risulta sempre inferiore alla pressione dell'aria nei pori (u_a). La differenza tra la pressione dell'aria, che in condizioni naturali è pari alla pressione atmosferica, e la pressione dell'acqua nei pori è detta **suzione di matrice**:

$$s = (u_a - u_w) \quad (\text{Eq. 10.3})$$

dove:

$$u_w < u_a < 0, \text{ da cui } s > 0$$

e posto $u_a = 0$, risulta $s = u_w$

Un terreno non saturo posto a contatto con acqua libera e pura a pressione atmosferica tende a richiamare acqua per effetto della **suzione totale**, ψ .

La suzione totale, ψ , ha due componenti: la prima componente è la suzione di matrice, s , di cui si è già detto, associata al fenomeno della capillarità, la seconda componente è la **suzione osmotica**, π , dovuta alla presenza di sali disciolti nell'acqua interstiziale e quindi alla differenza di potenziale elettro-chimico tra l'acqua interstiziale e l'acqua libera:

$$\psi = s + \pi \quad (\text{Eq. 10.4})$$

In definitiva (Figura 10.4):

- la **suzione totale**, ψ , è la pressione negativa (ovvero inferiore alla pressione atmosferica) cui deve essere soggetta l'acqua pura in modo da essere in equilibrio, attraverso

una membrana semipermeabile (permeabile cioè alle sole molecole d'acqua ma non ai sali) con l'acqua interstiziale;

- la suzione di matrice, s , è la pressione negativa cui deve essere soggetta una soluzione acquosa identica in composizione all'acqua interstiziale, in modo da essere in equilibrio, attraverso una membrana permeabile con l'acqua interstiziale;
- la suzione osmotica, π , è la pressione negativa cui deve essere soggetta l'acqua pura in modo da essere in equilibrio, attraverso una membrana semipermeabile con una soluzione acquosa identica in composizione all'acqua interstiziale.

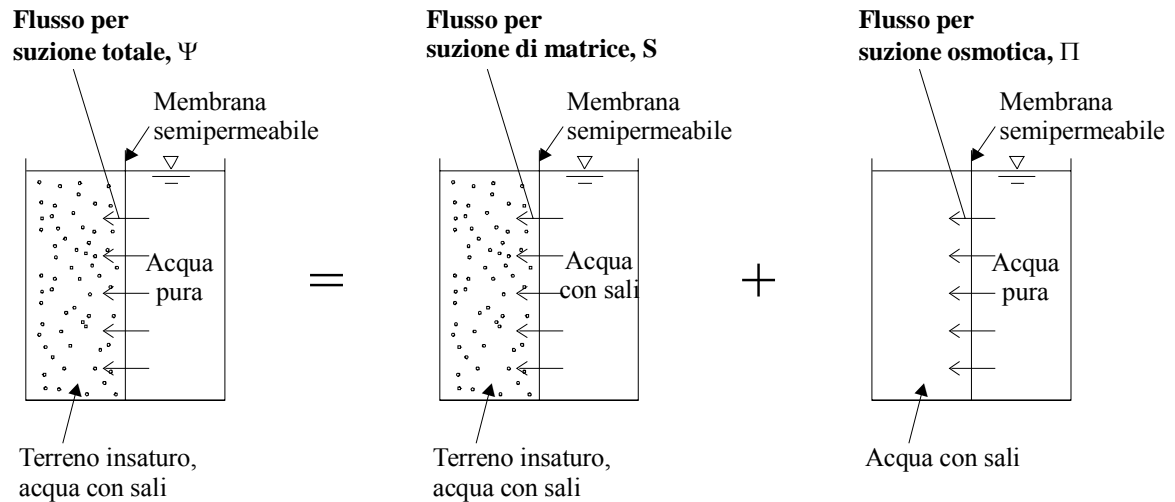


Figura 10.4 –Componenti della suzione totale

La suzione osmotica è presente sia nei terreni saturi che nei terreni parzialmente saturi, e varia con il contenuto salino dell'acqua, ad esempio come conseguenza di una contaminazione chimica, producendo effetti in termini di deformazioni volumetriche e di variazioni di resistenza al taglio

Tuttavia la maggior parte dei problemi di ingegneria geotecnica che coinvolgono terreni non saturi sono riferibili a variazioni della suzione di matrice, come ad esempio gli effetti della pioggia sulla stabilità dei pendii o sui cedimenti delle fondazioni superficiali.

In Figura 10.5 sono messe a confronto le variazioni di suzione totale, ψ , suzione di matrice, s , e suzione osmotica, π , con il contenuto in acqua, w , di un'argilla: si osserva che π rimane pressoché costante al variare di w , e quindi per un asse-

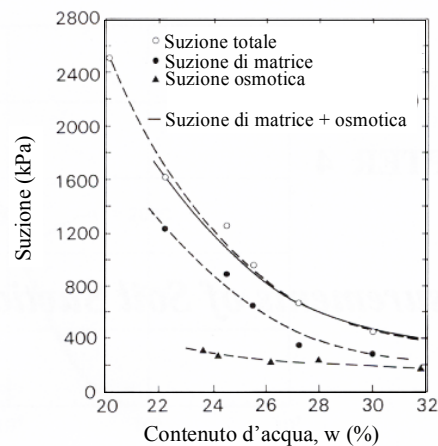


Figura 10.5 - Misure della suzione totale, osmotica e di matrice su un argilla compatta

gnata variazione di contenuto in acqua Δw si ha $\Delta \psi \approx \Delta s$.

10.4 Misura della suzione

Per la misura della suzione di matrice in sito si utilizzano i tensiometri. Il tensiometro è composto da un tubo avente ad una estremità una punta in materiale ceramico poroso, ed all'altra un serbatoio sigillato contenente acqua. La punta del tensiometro è infissa nel terreno (Figura 10.6). L'acqua contenuta nel tubo, per effetto della suzione, filtra attraverso la ceramica porosa e determina una depressione nel serbatoio dell'acqua, rilevabile con un manometro. La pressione di equilibrio del sistema corrisponde alla suzione nel terreno.

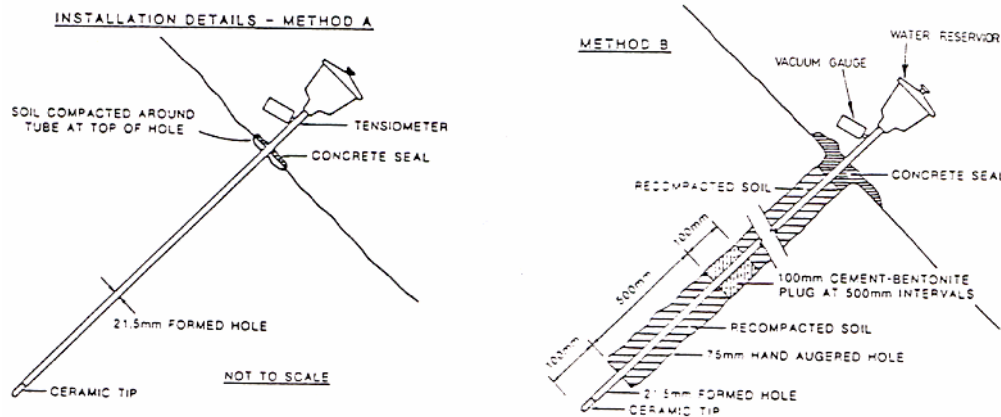


Figura 10.6 – Modalità di installazione di un tensiometro: per profondità fino a 1.5 m (A) e maggiori di 1.5 m (B)

Il metodo è semplice, ma il campo di misura della suzione è limitato a circa 80-90 kPa dalla possibilità di cavitazione dell'acqua nel tensiometro.

Esistono diverse tecniche di misura della pressione negativa dell'acqua (manometri acqua-mercurio, trasduttori elettrici di pressione, etc.), poiché in generale gli strumenti di maggiore sensibilità hanno tempi di risposta più lunghi.

10.5 Curve di ritenzione

La *curva di ritenzione idrica* (SWRC = Soil Water Retention Curve) definisce la relazione fra la suzione di matrice e una misura della quantità di acqua presente nel terreno, che può essere opportunamente scelta fra:

- il contenuto d'acqua in peso: $w(\%) = \frac{P_w}{P_s} \cdot 100$
- il contenuto d'acqua in volume: $\theta = \frac{V_w}{V} = S_r \cdot n$

- il grado di saturazione: $S_r(\%) = \frac{V_w}{V_v} \cdot 100$

La curva di ritenzione idrica è generalmente rappresentata in un piano semilogaritmico, avente in ascissa il valore della suzione e in ordinata il valore della variabile di misura della quantità d'acqua nel terreno.

La forma tipica di una SWRT è rappresentata in Figura 10.7. Al crescere della suzione si individuano tre differenti parti della curva.

Nella prima parte (*boundary effect zone*), per i valori più bassi di suzione, il terreno è saturo e un aumento di suzione non produce diminuzioni significative del grado di saturazione. La prima parte ha termine per quel valore della suzione che corrisponde alla formazione delle prime bolle d'aria nei pori più grandi del terreno. Tale valore, detto "di entrata dell'aria" (*air-entry value*), è indicato con il simbolo $(u_a - u_w)_b$, o anche ψ_b .

Nella seconda parte, detta di transizione (*transition zone*), al crescere della suzione la quantità d'acqua nel terreno si riduce sensibilmente e la fase liquida diviene discontinua. Nella terza parte infine, detta residua di non saturazione (*residual zone of unsaturation*), a grandi incrementi di suzione corrispondono piccole riduzioni della quantità d'acqua nel terreno. Il valore della suzione corrispondente al passaggio dalla seconda alla terza parte della curva, ovvero alla quantità d'acqua residua, è indicato con il simbolo ψ_r .

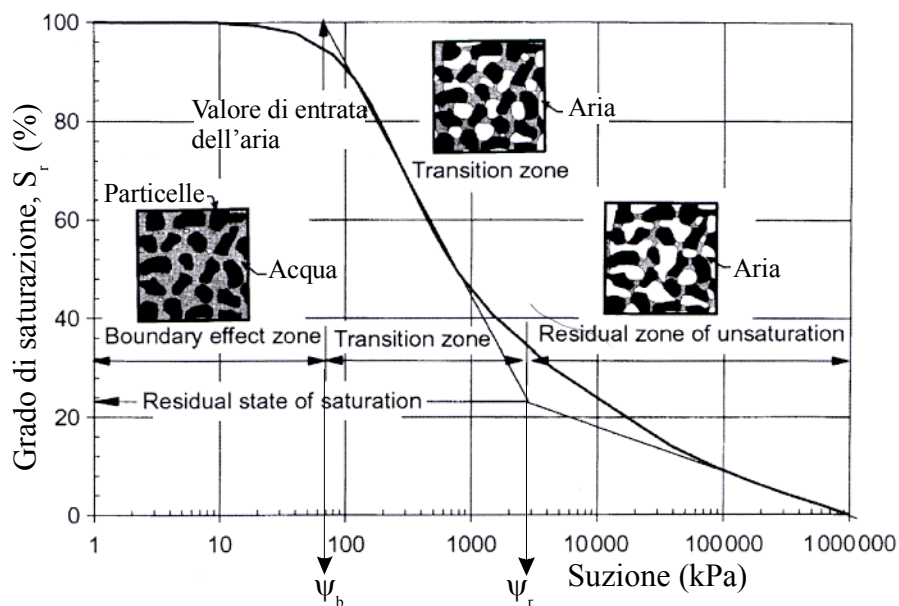


Figura 10.7 – Curva di ritenzione idrica e differenti fasi di desaturazione

È stato osservato che, indipendentemente dall'ampiezza delle tre zone, tutti i terreni tendono ad un grado di saturazione zero per valore di suzione pari a circa 10^6 kPa (Figura 10.8).

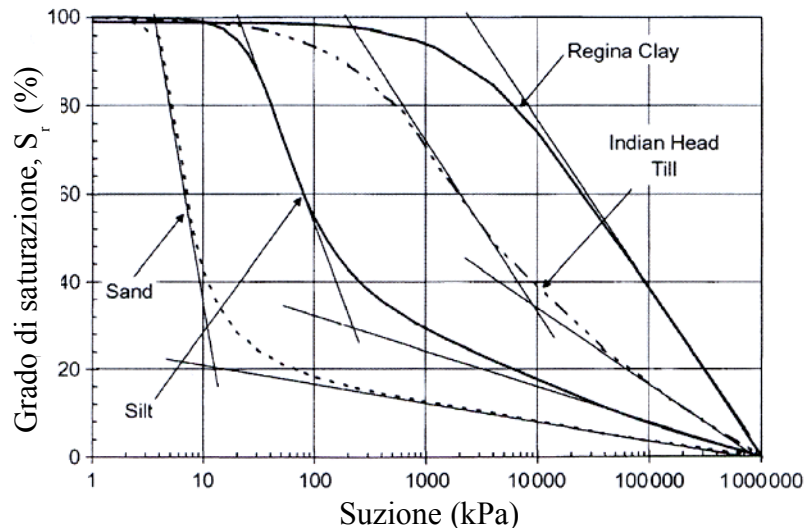


Figura 10.8 – Curve di ritenzione idrica per 4 differenti tipi di terreno

La forma della curva di ritenzione dipende dalla dimensione dei pori e quindi dalla composizione granulometrica e dallo stato di addensamento del terreno.

I terreni a grana grossa (sabbie e ghiaie), che hanno pori interconnessi e di grandi dimensioni, sono caratterizzati da bassi valori di ψ_b e ψ_r , e da una curva ripida nella zona di transizione. I terreni a grana fine (argille), le cui particelle hanno elevata superficie specifica e quindi forti legami elettro-chimici con le molecole d'acqua, sono caratterizzati da alti valore della suzione di entrata dell'aria, ψ_b , e da una minore pendenza della curva di ritenzione nella zona di transizione. Inoltre, per i terreni argillosi, spesso non è definibile la quantità d'acqua residua, e quindi il valore di ψ_r .

Per la formulazione matematica delle curve di ritenzione idrica è spesso utilizzato il contenuto in acqua volumetrico normalizzato:

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \tag{Eq. 10.5}$$

in cui

θ_s è il contenuto in acqua volumetrico corrispondente al terreno saturo, e

θ_r è il contenuto in acqua volumetrico residuo.

Se si assume $\theta_r = 0$, risulta $\Theta = S_r$.

Fra le numerose equazioni proposte per la modellazione delle curve di ritenzione idrica, le due seguenti richiedono la definizione di un solo parametro:

a) Equazione di Brooks e Corey (1964):

$$\Theta = \left(\frac{\Psi}{\Psi_b} \right)^{-\alpha} \quad \text{per} \quad \frac{\Psi}{\Psi_b} \geq 1 \quad (\text{Eq. 10.6})$$

$$\Theta = 1 \quad \text{per} \quad \frac{\Psi}{\Psi_b} < 1$$

il parametro α è un indice di distribuzione della dimensione dei pori con valori generalmente compresi tra 0,2 e 2.

b) Equazione di Van Genuchten semplificata (1978):

$$\Theta = \left[1 + \left(\frac{\Psi}{\Psi_b} \right)^{1-m} \right]^{-m} \quad (\text{Eq. 10.7})$$

in cui il parametro m ha valori generalmente compresi tra 0,6 e 0,75.

Durante un processo di riduzione del contenuto in acqua dalle condizioni sature, e quindi di aumento della suzione, il terreno segue una curva di ritenzione, detta **curva principale di essiccamento** (*main drying*), diversa rispetto alla curva di ritenzione che il terreno segue nel processo inverso di aumento del contenuto in acqua, e quindi di riduzione della suzione. Quest'ultima curva, detta **curva principale di imbibizione** (*main wetting*), non raggiunge la completa saturazione del terreno, perché una certa quantità di aria (*residual air content*) rimane comunque intrappolata nei vuoti del terreno (Figura 10.9).

Le due curve principali delimitano i possibili stati del terreno. I percorsi da una all'altra delle curve principali (*scanning curves*) sono pressoché reversibili.

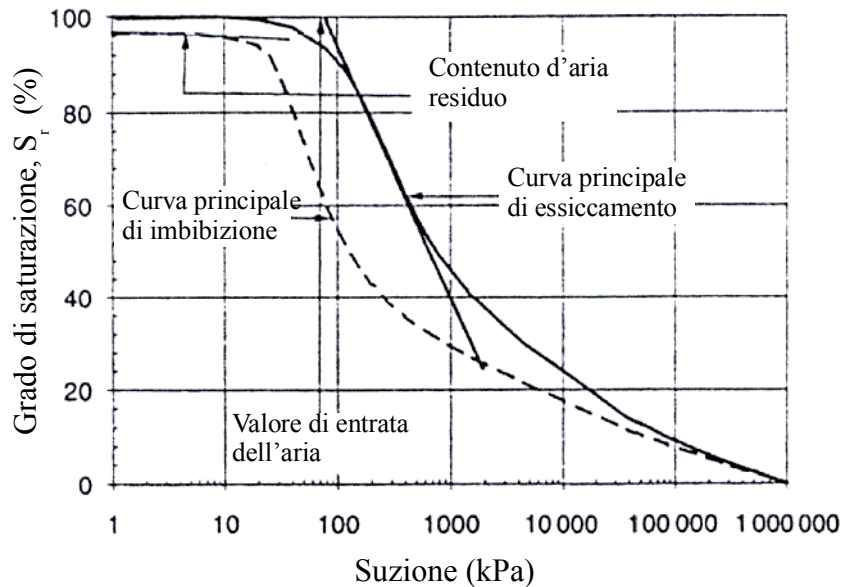


Figura 10.9 – Curve principali di essiccamento e di imbibizione per un argilla in termini di grado di saturazione

10.6 Flusso dell'acqua nei terreni non saturi

Come abbiamo già visto nel Capitolo 3, il flusso dell'acqua nei terreni (saturi e non saturi) è determinato dalla differenza di altezza idraulica, o altezza totale h :

$$h = z + \frac{u_w}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2 \cdot g} \tag{Eq. 10.8}$$

in cui z è l'altezza geometrica, u_w/γ_w è l'altezza di pressione, e $v^2/2g$ è l'altezza di velocità (di norma trascurabile). Con riferimento alla Figura 10.10 l'altezza totale del punto A è maggiore dell'altezza totale del punto B, e quindi l'acqua si muoverà da A verso B in ragione del gradiente idraulico fra i due punti.

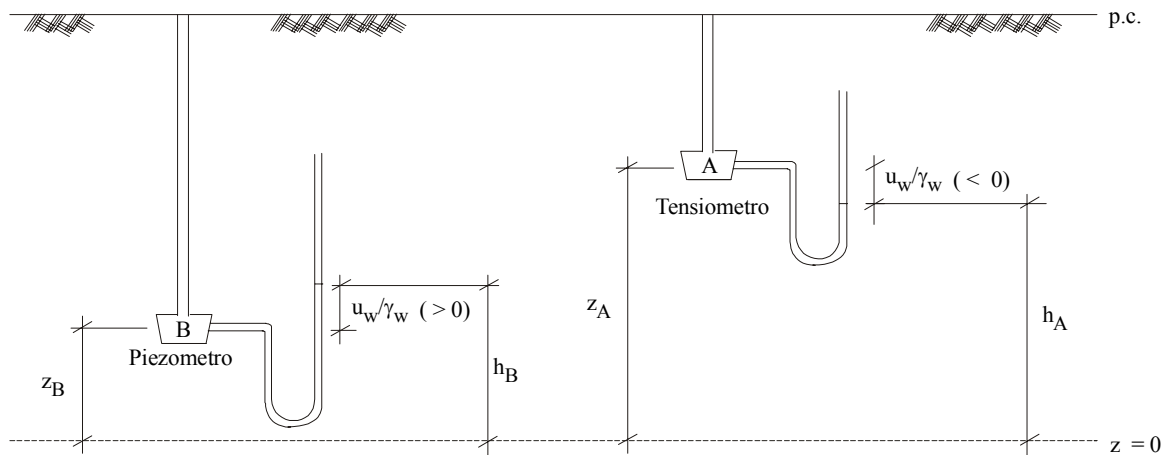


Figura 10.10 - Gradiente di carico in un terreno non saturo

Nei terreni non saturi, come nei terreni saturi, vale la legge di Darcy, ma il coefficiente di permeabilità è fortemente dipendente dalla suzione:

$$v = k(\psi) \cdot i$$

$$k(\psi) = k_s \cdot k_r(\psi) \tag{Eq. 10.9}$$

in cui:

k_s è il **coefficiente di permeabilità** (all'acqua) del terreno saturo, e

$k_r(\psi)$ è la **conducibilità idraulica relativa**, adimensionale, con valori compresi tra 0 e 1.

Alcune delle equazioni proposte per descrivere analiticamente la variazione della conducibilità idraulica relativa con la suzione o con il contenuto volumetrico in acqua sono le seguenti:

a) modello esponenziale (Gardner, 1958)

$$k_r(\psi) = \exp(a \cdot \psi) \tag{Eq. 10.10}$$

in cui a è un coefficiente con valori compresi tra $0,002\text{cm}^{-1}$ (terreni a grana fine) e $0,05\text{cm}^{-1}$ (terreni a grana grossa);

b) modello di Gardner (1958)

$$k_r(\psi) = \frac{1}{1 + a \cdot (-\psi)^n} \quad (\text{Eq. 10.11})$$

c) modello di Davidson et al. (1969)

$$k_r(\psi) = \exp[\beta \cdot (\theta - \theta_s)] \quad (\text{Eq. 10.12})$$

d) modello di Mualem (1976) e Van Genuchten (1978)

$$k_r(\Theta) = \Theta^{0.5} \cdot \left[1 - \left(1 - \Theta^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2 \quad (\text{Eq. 10.13})$$

Nelle Figure 10.11a e 10.11b sono rappresentate le curve sperimentali di variazione del contenuto volumetrico in acqua e del coefficiente di permeabilità con la suzione per tre differenti terreni.

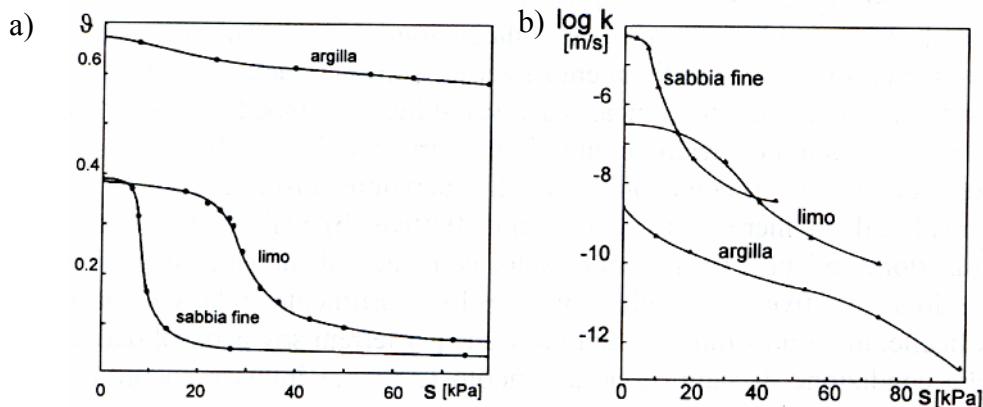


Figura 10.11 - Curve sperimentali di variazione del contenuto volumetrico in acqua (a) e del coefficiente di permeabilità (b) con la suzione per tre differenti terreni.

10.7 Resistenza al taglio di terreni non saturi

Vi sono due differenti approcci per stimare la resistenza al taglio di un terreno non saturo. Il primo utilizza la definizione di tensione efficace per terreni non saturi, σ' , originariamente proposta da Bishop (1959):

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi \cdot (u_a - u_w) \quad (\text{Eq. 10.14})$$

in cui:

u_a pressione dell'aria nei pori,

u_w pressione dell'acqua nei pori,

$(u_a - u_w)$ suzione di matrice,

χ parametro che assume il valore 1 per terreno saturo e il valore 0 per terreno secco.

Secondo tale approccio, la resistenza al taglio di terreni non saturi può essere determinata, come per i terreni saturi, sulla base di due parametri di resistenza al taglio efficace, c' e ϕ' , e di una unica variabile di tensione, σ' , nel modo seguente:

$$\tau_f = c' + [(\sigma - u_a) + \chi \cdot (u_a - u_w)] \cdot \tan \phi' \quad (\text{Eq. 10.15})$$

Il parametro χ può essere stimato con l'equazione (Khalili e Khabbaz, 1998):

$$\chi = 1 \quad \text{per} \quad (u_a - u_w) \leq (u_a - u_w)_b$$

$$\chi = \left[\frac{(u_a - u_w)}{(u_a - u_w)_b} \right]^{-0,55} \quad \text{per} \quad (u_a - u_w) > (u_a - u_w)_b \quad (\text{Eq. 10.16})$$

in cui $(u_a - u_w)_b$ corrisponde al valore della suzione di matrice per il quale si iniziano a formare bolle d'aria nel terreno (*air entry value*).

Un diverso approccio è quello di Fredlund e Rahardjo (1993), secondo il quale la resistenza al taglio dei terreni non saturi è funzione di tre parametri di resistenza e di due variabili di tensione, nel modo seguente:

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \cdot \tan \phi' + (u_a - u_w) \cdot \tan \phi^b \quad (\text{Eq. 10.17})$$

in cui ϕ^b è l'angolo di resistenza al taglio per variazione di suzione di matrice, $(u_a - u_w)$, inferiore all'angolo di resistenza al taglio, ϕ' , associato alla variazione di tensione normale netta $(\sigma - u_a)$.

La resistenza al taglio non varia linearmente con la suzione, ovvero l'angolo ϕ^b non è costante ma decresce al crescere della suzione. La determinazione sperimentale dell' (Eq. 10.17) richiede l'esecuzione di prove di laboratorio sofisticate, costose, inusuali e molto lunghe, specie per terreni a grana fine il cui coefficiente di permeabilità è molto basso. Inoltre la variabilità di $\tan \phi^b$ con la suzione richiede che le prove siano eseguite nel campo di tensione atteso in sito. Pertanto, per evitare la determinazione sperimentale diretta, sono state proposte relazioni empiriche per la stima indiretta di $\tan \phi^b$.

Öberg e Sällfors proposero di stimare il valore di $\tan \phi^b$ per limi e sabbie insature nel modo seguente:

$$\tan \phi^b = S_r \tan \phi' \quad (\text{Eq. 10.18})$$

Vanapalli et al. proposero di stimare il valore di $\tan\phi^b$ con la seguente relazione:

$$\tan\phi^b = \tan\phi' \cdot \Theta \tag{Eq. 10.19}$$

L'equazione (10.17) rappresenta un piano tangente ai cerchi di Mohr a rottura (Figura 10.12).

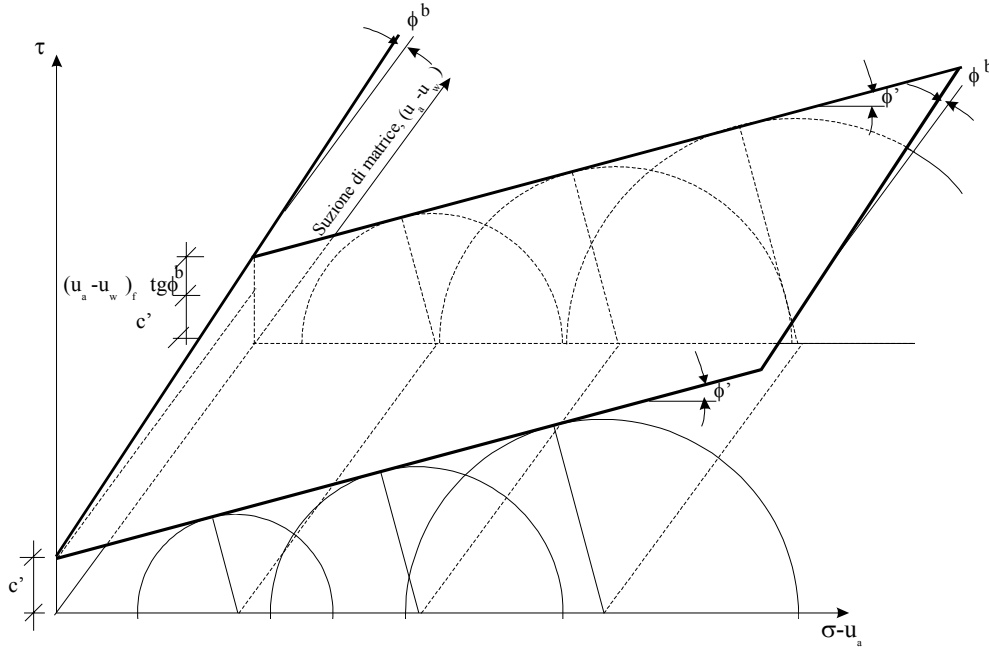


Figura 10.12 – Criterio di rottura di Mohr-Coulomb generalizzato per i terreni non saturi

L'intersezione del piano di involucro a rottura con il piano $(u_a - u_w) - \tau$, è una curva rappresentata in Figura 10.13 (la curva è una retta se si assume $\tan\phi^b = \text{cost}$) di equazione:

$$c = c' + (u_a - u_w) \cdot \tan\phi^b \tag{Eq. 10.20}$$

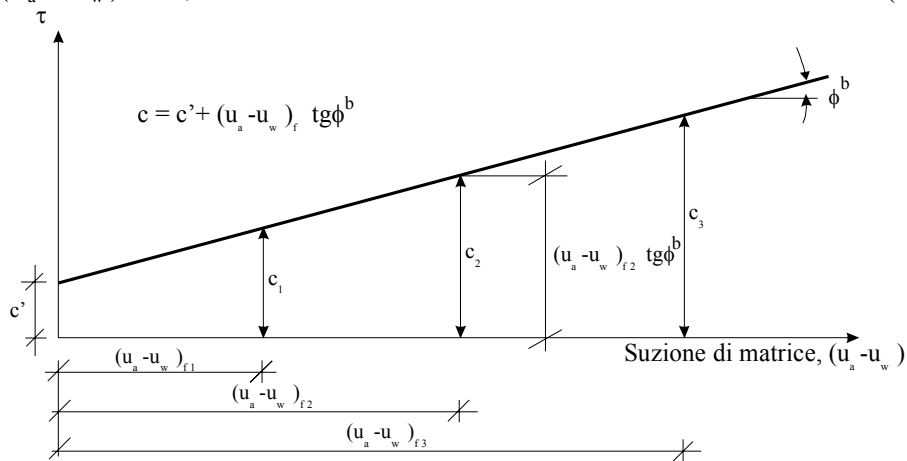


Figura 10.13 – Intersezione del piano di involucro a rottura con il piano $(u_a - u_w) - \tau$