Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso A) a.a. 2010/2011
Esame di ANALISI MATEMATICA (Esonero I modulo) - 16 Febbraio 2011

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

Traccia A

(1) Data la funzione

$$f(x) = (x^3 + 1)\log(x^3 + 1) - x^3 - \frac{x^6}{2}, \qquad \text{(12 punti)}$$

i) determinare dominio, asintoti ed intervalli di monotonia.
ii) determinare i punti di massimo e minimo assoluto di $|f|$ su $[0, 1]$.
iii) calcolare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$,

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2}{e}\right)^{\lambda f(x)}.$$

(2) Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x|x|)}{\sqrt{\sin x^2 + \sin^2\sqrt{|x|}}} \left(\frac{\sin|x|}{x} + 2x^2\right). \qquad \text{(7 punti)}$$

(3) Dati gli insiemi

$$A := \{x \in \mathbb{R} \mid \log_2(x^2 + 2x\sqrt{x} + x + 1) \geq 0\}, \qquad \text{(7 punti)}$$

$$B := \{x \in \mathbb{R} \mid \arcsin(e^{|x|} - e^x) \leq 2\},$$

stabilire se $A \cap B$ è un insieme aperto, chiuso, limitato superiormente, limitato inferiormente.

(4) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile, pari e tale che $f(-1) = f(0) = 0$. Dimostrare che f ammette almeno due punti critici. (4 punti)

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso A) a.a. 2010/2011
Esame di ANALISI MATEMATICA (Esonero I modulo) - 16 Febbraio 2011

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

Traccia B

(1) Data la funzione
$$f(x) = (2x^3 + 1)\log(2x^3 + 1) - 2x^3 - 2x^6, \qquad \text{(12 punti)}$$

i) determinare dominio, asintoti ed intervalli di monotonia.
ii) determinare i punti di massimo e minimo assoluto di $|f|$ su $[0, 1]$.
iii) calcolare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$,
$$\lim_{x\to+\infty} e^{\lambda f(x)}.$$

(2) Calcolare, se esiste, il seguente limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{\sin x^2} + \sin^2\sqrt{|x|}}{\sin|x|}\left(\frac{\sin|x|}{x} + 2x^2\right). \qquad \text{(7 punti)}$$

(3) Dati gli insiemi
$$A := \{x \in \mathbb{R} \mid \log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 2x\sqrt{x} + x + 1) \le 0\}, \qquad \text{(7 punti)}$$
$$B := \{x \in \mathbb{R} \mid \arcsin(2^{|x|} - 2^x) \le e\},$$
stabilire se $A \cap B$ è un insieme aperto, chiuso, limitato superiormente, limitato inferiormente.

(4) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile, dispari e tale che $f(-1) = f(0) = 0$. Dimostrare che f ammette almeno due punti critici. (4 punti)

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso A) a.a. 2010/2011
Esame di ANALISI MATEMATICA (Esonero I modulo) - 16 Febbraio 2011

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

Traccia C

(1) Data la funzione

$$f(x) = e^{\sqrt{x}} - \sqrt{x} - \frac{x+4}{2}, \qquad \text{(12 punti)}$$

i) determinare dominio, asintoti ed intervalli di monotonia.
ii) determinare i punti di massimo e minimo assoluto di $|f|$ su $[0,4]$.
iii) calcolare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$,

$$\lim_{x \to +\infty} \log_{\frac{1}{e}}^{\lambda} f(x).$$

(2) Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{\log\left(e^{\frac{1}{\arctan(x-2)}} + 1\right)}{\log\log(x-1)} \qquad \text{(7 punti)}$$

(3) Stabilire se l'insieme

$$A := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{2arc\cos^2 x - \pi arc\cos x} + \sqrt[4]{x} \geq 0 \right\}, \qquad \text{(7 punti)}$$

è aperto, chiuso, limitato superiormente, limitato inferiormente.

(4) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile e tale che $f(-1) = f(3)$. Dimostrare che $g(x) = e^{f(x)} + e^2$ ammette almeno un punto critico. (4 punti)

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso A) a.a. 2010/2011
Esame di ANALISI MATEMATICA (Esonero I modulo) - 16 Febbraio 2011

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ______________________

Traccia D

(1) Data la funzione

$$f(x) = e^{\sqrt{x+1}} - \sqrt{x+1} - \frac{x+5}{2}, \qquad \text{(12 punti)}$$

i) determinare dominio, asintoti ed intervalli di monotonia.
ii) determinare i punti di massimo e minimo assoluto di $|f|$ su $[-1, 3]$.
iii) calcolare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$,

$$\lim_{x \to +\infty} \log^{\lambda} f(x).$$

(2) Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{\log \log(x-1)}{\log\left(e^{\frac{1}{\arctan(x-2)}} + 1\right)}. \qquad \text{(7 punti)}$$

(3) Dati gli insiemi

$$A := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{2arc\cos^2 x - \pi arc\cos x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}} \geq 0 \right\} \qquad \text{(7 punti)}$$

stabilire se $A \cap B$ è un insieme aperto, chiuso, limitato superiormente, limitato inferiormente.

(4) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile e tale che $f(-1) = f(3)$. Dimostrare che $g(x) = e^{-f(x)} - e^2$ ammette almeno un punto critico. (4 punti)