Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso A) a.a. 2010/2011
Esame di ANALISI MATEMATICA (I modulo) - 28 Febbraio 2011

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola _____________________

Traccia A

(1) Data la funzione

$$f(x) = x \arctan x - \frac{1}{2}\log(1+x^2) - \frac{x^3}{3} - 2x, \qquad \text{(12 punti)}$$

i) determinare dominio, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
ii) stabilire se f è invertibile;
iii) stabilire se la funzione $g(x) := f(x^2+3)$ è invertibile.
iv) verificare che l'equazione,

$$\sqrt[3]{f(x)+1} = 1$$

ammette una sola soluzione.

(2) Calcolare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, il seguente limite

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{\sin(x^3-1) + (\sqrt{x}-1)^\lambda}{\log(2x-1) - \log(3x-2) + \log(x^4-2x^2+2)}. \qquad \text{(7 punti)}$$

(3) Stabilire se l'insieme

$$A := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{\sqrt[4]{\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2}}{2x^4 - 6x^2 + 8} \geq 0 \right\}, \qquad \text{(7 punti)}$$

è aperto, chiuso, limitato superiormente, limitato inferiormente.

(4) Siano $f, g : [1, +\infty[\to \mathbb{R}$ funzioni derivabili e tali che

i) $f(0) < g(0)$,

ii) $f'(x) < g'(x)$ per ogni $x \in [1, +\infty[$.

Dimostrare che $f(x) < g(x)$ per ogni $x \in [1, +\infty[$. (4 punti)

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso A) a.a. 2010/2011
Esame di ANALISI MATEMATICA (I modulo) - 28 Febbraio 2011

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola _____________________

Traccia B

(1) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + 2x - x\arctan x + \frac{1}{2}\log(1+x^2), \qquad \text{(12 punti)}$$

i) determinare dominio, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
ii) stabilire se f è invertibile;
iii) stabilire se la funzione $g(x) := f(-x)$ è invertibile.
iv) verificare che l'equazione,

$$\sqrt[3]{f(x)+1} = 1$$

ammette una sola soluzione.

(2) Calcolare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, il seguente limite

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{\log(2x-1) - \log(3x-2) + \log(x^4 - 2x^2 + 2)}{\sin(x^3-1) + (\sqrt{x}-1)^\lambda}. \qquad \text{(7 punti)}$$

(3) Stabilire se l'insieme

$$A := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{2x^4 - 6x^2 + 8}{\sqrt[4]{\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2}} \geq 0 \right\}, \qquad \text{(7 punti)}$$

è aperto, chiuso, limitato superiormente, limitato inferiormente.

(4) Siano $f, g : [0,1] \to \mathbb{R}$ funzioni derivabili e tali che

i) $f(0) < g(0) + 1$,

ii) $f'(x) < g'(x)$ per ogni $x \in [0,1]$.

Dimostrare che $f(x) < g(x) + 1$ per ogni $x \in [0,1]$. (4 punti)

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso A) a.a. 2010/2011
Esame di ANALISI MATEMATICA (I modulo) - 28 Febbraio 2011

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ______________________

Traccia C

(1) Data la funzione

$$f(x) = 2^{e^x + x + \cos x}, \qquad \text{(12 punti)}$$

i) determinare dominio, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
ii) stabilire se f è invertibile;
iii) stabilire se la funzione $g(x) := \dfrac{f(x)}{2^{e^x+x}}$ è limitata;
iv) verificare che l'equazione,

$$f^2(x) = 1$$

ammette una sola soluzione.

(2) Calcolare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, il seguente limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\log \cos \dfrac{1}{x} + \cos \log \dfrac{1}{x}}{\arctan \left(\dfrac{1}{x^\lambda} + \dfrac{1}{x^2} \right)}. \qquad \text{(7 punti)}$$

(3) Stabilire se l'insieme

$$A := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{\log^2 \left(|e^{2x} - e^x| - 2 \right)}{\log(|x|^3 + |x| + 1)} \geq 0 \right\}, \qquad \text{(7 punti)}$$

è aperto, chiuso, limitato superiormente, limitato inferiormente.

(4) Dimostrare che, per ogni $x \in [-1, 1]$,

$$\arcsin x^2 + \arccos x^2 = \frac{\pi}{2}. \qquad \text{(4 punti)}$$

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso A) a.a. 2010/2011
Esame di ANALISI MATEMATICA (I modulo) - 28 Febbraio 2011

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

Traccia D

(1) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{(e^x + x + \cos x)^5}, \qquad \text{(12 punti)}$$

i) determinare dominio, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
ii) stabilire se f è invertibile;
iii) stabilire se la funzione $g(x) := \dfrac{f(x)}{e^x + x}$ è limitata;
iv) verificare che l'equazione,

$$f(x) = 0$$

ammette una sola soluzione.

(2) Calcolare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, il seguente limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\arctan\left(\dfrac{1}{x^\lambda} + \dfrac{1}{x^2}\right)}{\log\cos\dfrac{1}{x} + \cos\log\dfrac{1}{x} + 2}. \qquad \text{(7 punti)}$$

(3) Stabilire se l'insieme

$$A := \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{|x|^3 + |x|}{\log^2\left(|e^{2x} - e^x| - 2\right) + 1} > 0\right\}, \qquad \text{(7 punti)}$$

è aperto, chiuso, limitato superiormente, limitato inferiormente.

(4) Dimostrare che, per ogni $x \in [-1, 1]$,

$$\arcsin(-x) + \arccos(-x) = \frac{\pi}{2}. \qquad \text{(4 punti)}$$